SSA Form

Statische Einmalzuweisung – SSA

Ziel:

- Effizienz prozedurglobaler Optimierungen steigern
- Datenflußanalysen beschleunigen
- Definiert-Benutzt-Beziehungen explizit darstellen

Definition SSA (Static Single Assignment, statische Einmalzuweisung): Ein Programm ist in SSA Form, wenn an jede Variable jeweils an genau einer Programmstelle zugewiesen wird.

- Programm bedeutet hier zunächst Prozedur
- verlangt: Ablauf des Programms ist reduzibel
- Variable bedeutet hier zunächst aliasfreie, lokale Variable
- beachte: SSA bedeutet nicht, daß jeder Wert nur einmal berechnet wird.

SSA intuitiv: Erkenntnisse

- Maschinenbefehle verarbeiten Werte im Speicher/Registern. Es kommt nicht darauf an, wie die zugehörigen Variablen im Quellprogramm heißen. (Viele Werte entstammen der Adreßrechnung und sind namenlos.)
- Wenn zweimal dieselbe Operation auf die gleichen Operanden angewandt wird, kann man eine Operation weglassen (Idee der Wertnumerierung)
  - gleicher Operand heißt hier: gleicher Wert zur Laufzeit
- Ob zwei Operanden gleichen Wert besitzen, kann von der Vorgeschichte, dem Ablaufpfad, der zu der Berechnung führt, abhängen.

SSA intuitiv: schematische Konstruktion

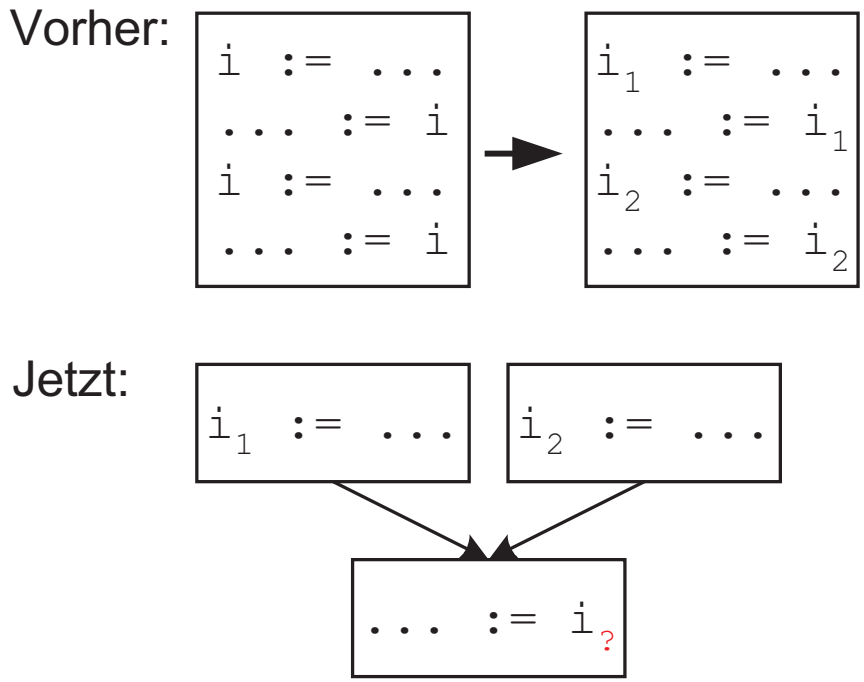
Konstruktionsidee:

- Ersetze alle Zuweisungen durch Vereinbarungen (Definitionen) dynamischer Konstanter, an die kein zweites Mal zugewiesen werden kann (daher SSA: statische Einmalzuweisung)
- Verschiedene Zuweisungen an eine Programmvariable a führen zu Vereinbarungen verschiedener Konstanter $a_1, a_2, \ldots$
- Überall, wo a als Operand benutzt wird, setze die dort gültige Definition a_i ein
- Problem: Was tun, wenn die gültige Definition vom Ablaufpfad abhängt, auf dem die Benutzung als Operand erreicht wird?
- Lösung: Setze zuvor eine Auswahlfunktion (ϕ-Funktion) ein, die die gültige Definition abhängig vom Ablaufpfad selektiert.
- Nebenbei: Diese Idee löst das Datenflußproblem „ordne der Verwendung einer Variablen ihre letzte Definition zu“!

Abstrakte Werte

Problem: Wie verfährt man mit verschiedenen abstrakten Werten bei Ablauf-Vereinigung?

Welches *i* ist hier gültig?

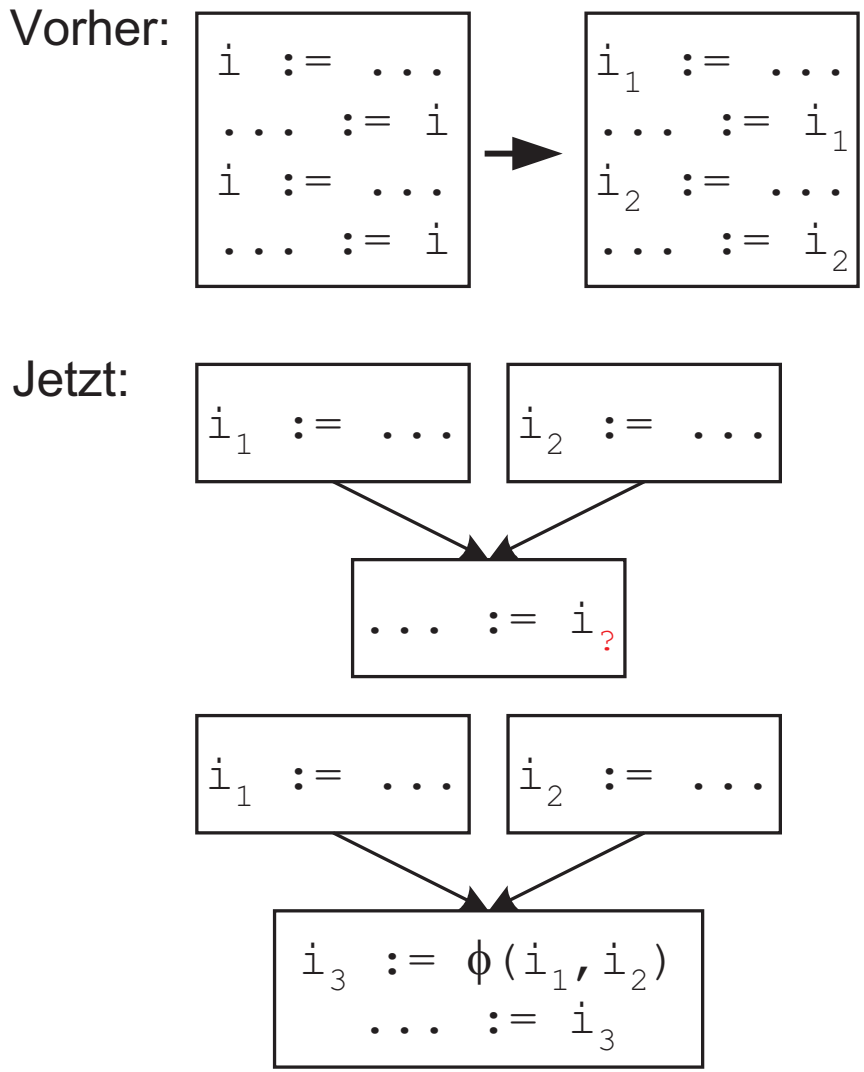


Abstrakte Werte II

Problem: Wie verfährt man mit verschiedenen abstrakten Werten bei Ablauf-Vereinigung?

Welches i ist hier gültig?

Bei Zusammenführungen des Ablaufs den Wert durch eine Pseudooperation $i_3 := \phi(i_1, i_2)$, eine ϕ-Funktion, auswählen.

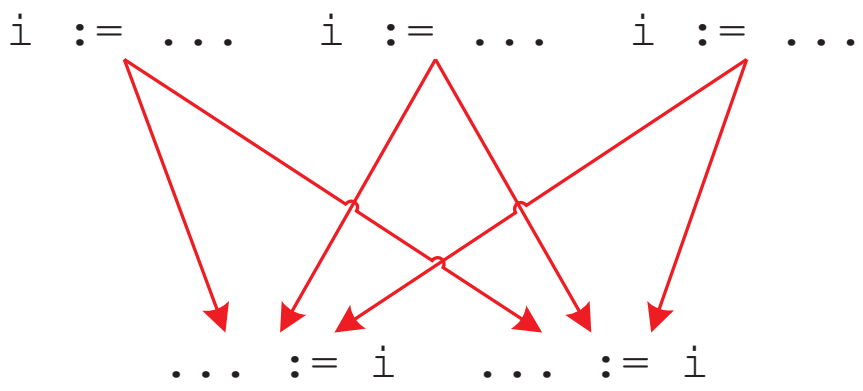


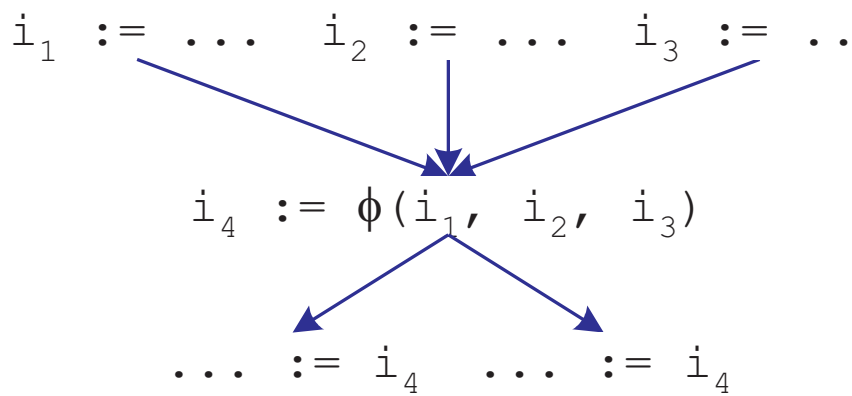
Explizite Definiert-Benutzt-Beziehungen

Die SSA Form verringert den Aufwand zur Darstellung von Definiert-Benutzt-Beziehungen:

vorher: #Defs $\times$ #Bens

jetzt: #Defs $+$ #Bens

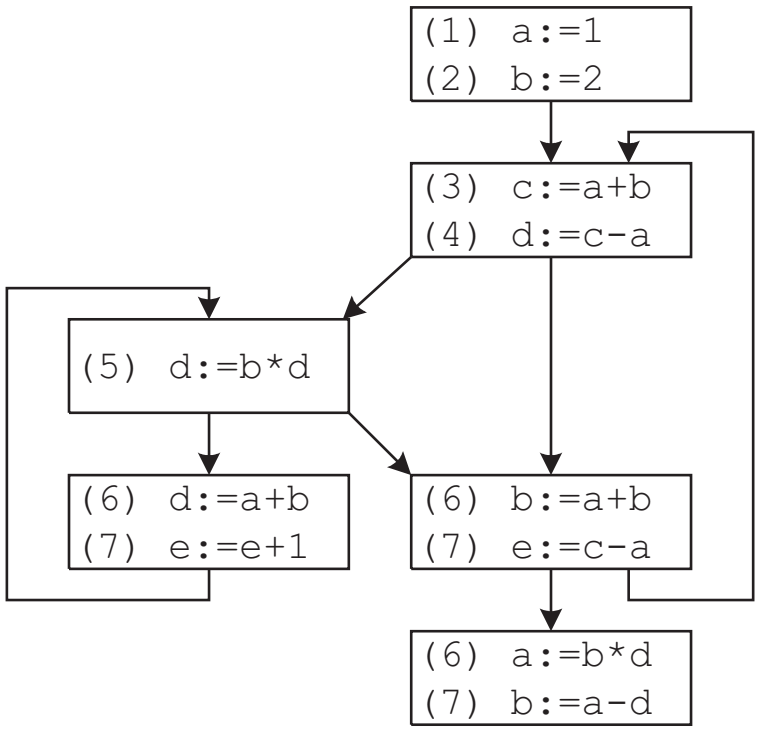


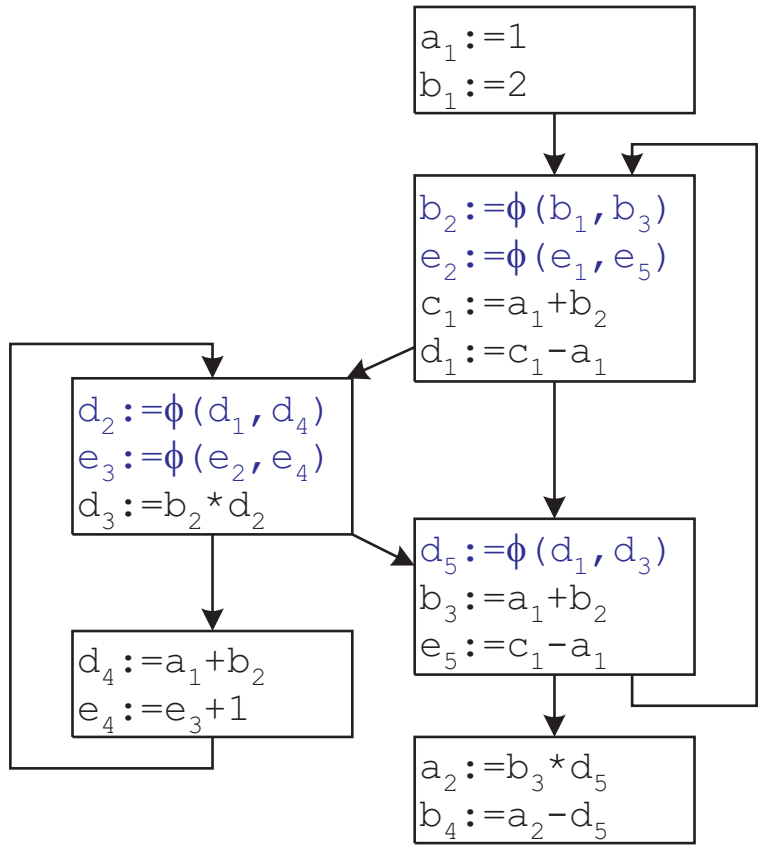


ϕ-Funktionen

- Eine ϕ-Funktion $i_3 := \phi(i_1, i_2)$ wählt abhängig vom Programmablauf einen der Werte i_1, i_2 aus und benutzt ihn als Wert i_3.
- Eine ϕ-Funktion hat genau so viele Operanden, wie der zugehörige Grundblock Vorgänger im Ablaufgraph.
- Das k-te Argument einer ϕ-Funktion ist eineindeutig dem k-ten Vorgänger zugeordnet.
- Das Ergebnis einer ϕ-Funktion ist das Argument, das dem Pfad, auf dem die ϕ-Funktion erreicht wurde, zugeordnet ist.
- ϕ-Funktionen stehen immer am Blockanfang.
- Alle ϕ-Funktionen eines Blocks werden simultan ausgewertet.

Beispiel: Grundblock- und SSA-Grundblockgraph

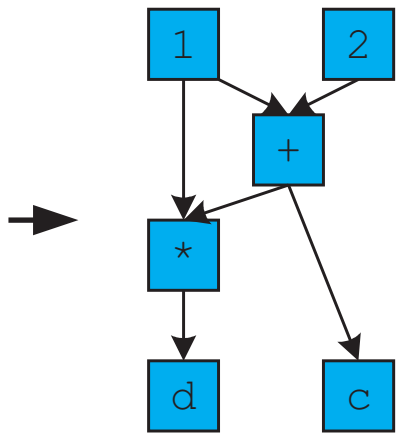




Implementierung

- Optimierungen benötigen Definiert-Benutzt-Beziehungen.
- Dafür Operationen in Tripelform als Ecken eines Graphen reinterpretieren:
- Graph-Interpretation:
  - Jeder abstrakte Wert (Wertnummer) ist eine Ecke.
  - Jede Ecke enthält Operation oder Konstante.
  - Def.-Ben. Beziehungen sind Kanten (Datenflußkanten).
  - Umkehrung der Pfeile entspricht Datenabhängigkeiten.
  - Ablaufkante: Welchen Grundblock erreicht ein Sprung? Zu welchem Grundblock gehört eine Operation?
  - Weitere Kantenarten später

```
a := 1
b := 2
c := a + b
d := c * a
...
```



Implementierung: Firm

- Firm ist eine moderne SSA-Zwischendarstellung in Graphform; entstanden aus Diplomarbeiten, Dissertationen, Industriekooperationen des Lehrstuhls 1995-2006.
- Ablauf, Datenfluß und Sequentialisierung von Operationen werden in einem Graphen dargestellt.
- Firm ist ein Abhängigkeitsgraph, die Kantenrichtung ist also umgekehrt zur Datenflußrichtung.
- Zur Unterscheidung der Konzepte sind die Kanten des Graphen typisiert, die Typen heißen Modi.
- Grundblöcke sind auch Ecken, jede andere Ecke hat eine Grundblockecke als Vorgänger (ermöglicht einheitlichen ADT)
- Firm ist durch Angabe der Operationen (Ecken), Kantenmodi und der Signatur der Operationen definiert.

1 Einführung – Motivation
- FIRM

2 SSA Aufbau
- Theorie
- Beispiel
- Konstruktion aus dem AST

Wdh.: Dominanz und Dominatorbäume

- *Dominanz*: $X \preceq Y$
  Auf jedem Pfad vom Startblock S im Ablaufgraph kommt X vor Y.
  $\preceq$ ist reflexiv: $X \preceq X$.
- *Strikte Dominanz*:

$$X \prec Y \Longrightarrow X \preceq Y \wedge X \neq Y.$$

- *Unmittelbare (direkte) Dominanz*: $\text{idom}(X)$

$$X = \text{idom}(Y) \Longrightarrow X \prec Y \wedge \neg \exists Z : X \prec Z \prec Y.$$

- *Nach-Dominanz*: $X \succeq Y$ Auf jedem Pfad von Y zum Endblock E im Ablaufgraph kommt Y vor X.
- Übrige Definitionen für Nach-Dominanz analog.

Dominanzgrenze und iterierte DG

- *Dominanzgrenze* $DG(X)$
  Menge von Blöcken die gerade nicht mehr von X dominiert werden.

$$DG(X) := \{Y | \exists P \in \text{pred}(Y) : X \,\text{dom}\, P \wedge \neg(X \,\text{dom}\, Y)\}.$$

- Dominanzgrenze einer *Menge* M von Blöcken $DG(M)$

$$DG(M) := \bigcup_{X \in M} DG(X)$$

- *Iterierte Dominanzgrenze* $DG^+(M)$ minimaler Fixpunkt von:

$$\begin{aligned} DG_0 &:= DG(M), \\ DG_{i+1} &:= DG(M \cup DG_i) \end{aligned}$$

Plazierung der ϕ-Funktionen

Wo müssen die ϕ-Funktionen optimal plaziert werden?

- SSA-Eigenschaft muß erfüllt sein (nur eine Definition)
- Programm muß korrekt dargestellt sein
- Minimale Anzahl von ϕ-Funktionen

Satz *Plazierung ϕ-Funktionen*:
Sei P eine Prozedur in SSA Form mit minimaler Anzahl ϕ-Funktionen. Seien X, Y Grundblöcke in P mit einer Definition von v und Ablaufpfaden $X \rightarrow^+ Z$, $Y \rightarrow^+ Z$, wobei Z der erste gemeinsame GB dieser Pfade ist.
Dann enthält Z eine ϕ-Funktion für v, *falls noch ein Gebrauch von v folgt*.

Beweisidee

- ϕ-Funktion kann nicht früher eingesetzt werden.
- ϕ-Funktion darf nicht in einen späteren Block Z' eingesetzt werden:
  Die Wege $Z \rightarrow^+ Z'$ enthalten keine Möglichkeit, die ursprünglichen Definitionen von v zu differenzieren.

Folgerungen

- X bzw. Y müssen alle direkten Vorgänger von Z dominieren, sonst gäbe es einen Gebrauch von v ohne vorherige Definition. Daher gilt $Z \in DG(X, Y)$.
  Nebenbei: beim Einsetzen von ϕ-Funktionen werden alle nicht-initialisierten, aber benutzten einfachen Variablen entdeckt!
- Da die ϕ-Funktion in Z eine neue Definition von v ist, werden ϕ-Funktionen in den iterierten Dominanzgrenzen der ursprünglichen Definitionen eingesetzt. Hier werden weitere Definitionen von v, die erst in einem Block $\notin DG(X, Y)$ hinzugenommen werden, vereinigt.

Achtung:
Dominanzgrenzen sind als Konstruktionsvorschrift weniger geeignet!

Wie konstruiert man SSA-Form

- mehrere Konstruktionsverfahren möglich
- im schlimmsten Fall enthalten alle Grundblöcke ϕ-Funktionen für alle Variable:
  - Aufwand $O(n^2)$, $n =$ Anzahl Variable, nicht vermeidbar
  - praktisch ist der Aufwand linear
- Grundidee unseres Verfahrens (Click 1995):
  - während eines Durchlaufs des Strukturbaums (AST) führe erweiterte Wertnumerierung durch:
    - bei nur einem Vorgängerblock Wertnummern übernehmen
    - bei mehreren Vorgängern vorläufige ϕ-Funktionen $\phi'(\ldots)$ einsetzen
    - Argumentliste der ϕ'-Funktionen erweitern, wenn weitere Vorgänger gefunden werden
    - am Ende ϕ'-Funktionen in ϕ-Funktionen umwandeln oder streichen (wenn Wert nicht mehr benötigt)

SSA Aufbau mit Wertnumerierung

- Ausgangspunkt:
  - AST oder Grundblockgraph mit Zuweisungen der Form $x := \tau(y, z)$; x, y, z lokale Variable (also aliasfrei)
  - Anzahl in Prozedur verwendeter lokaler Variablen bekannt (n)
- Vorgehen:
  - Merke in jedem Grundblock aktuellen Wert jeder Variablen, d.h. den definierenden Ausdruck (Reihung der Größe n)
  - Bei Verwendung einer Variablen benutze Wertnummer dieses Ausdrucks
  - Funktionen „hole Wertnummer“ $HW(v)$, „merke Wertnummer“ $MW(v, wn)$
  - $HW(v)$ fügt ϕ-Funktion ein, wenn Variable in Vorgängerblock definiert

    praktisch: ϕ-Funktionen werden nur generiert, wenn Wert noch lebendig!
  - Berechnen einer Wertnummer für Ausdrücke $t, t = \tau(y, z)$ mit $WN(t)$ wie gehabt

SSA Aufbau mit Wertnumerierung

Für jede Zuweisung $x := \tau(y, z)$:

- hole Wert für $y, z \mapsto HW(y), HW(z)$
- berechne Wertnummer $WN(\tau, y, z)$ für $\tau(y, z)$
- Falls Wertnummer neu, füge Zuweisung $WN(\tau, y, z) := \tau(HW(y), HW(z))$ in Grundblock ein.
- Merke Wert für x: $MW(x, WN(\tau, y, z))$

Bemerkung: Aufruf von WN eliminiert gemeinsame Teilausdrücke!

SSA Aufbau mit Wertnumerierung

Vorgehen von $HW(v)$:

- Wenn in aktuellem Grundblock Wert w für Variable v bereits gemerkt, verwende diesen
- Wenn genau ein Vorgängerblock rufe $HW(v)$ dort auf
- Wenn zwei (mehrere) Vorgängerblöcke:
  - rufe $HW(v)$ in jedem dieser Blöcke auf $\Rightarrow$ liefert Werte w_1, w_2
  - füge Zuweisung $WN(\phi, v, v) := \phi(w_1, w_2, \ldots)$ in aktuellem Grundblock ein.
  - merke neuen Wert für v : $MW(v, WN(\phi, v, v))$
  - gebe neuen Wert als Ergebnis zurück

SSA Aufbau und unbekannte Vorgänger

Beobachtung: Beim Aufbau von Schleifen sind die Wertnummern aus den Vorgängerblöcken u.U. nicht bekannt, $HW(v)$ also (noch) nicht definiert

Abhilfe: Zweistufiges Vorgehen:

- Markiere Blöcke in SSA-Form
- Wenn alle Vorgänger in SSA-Form, berechne ϕ-Funktion wie gehabt.
- Wenn Vorgänger nicht in SSA-Form, füge ϕ' ein und merke Operand des ϕ' zum späteren Fertigstellen (passiert nur an Dominanzgrenzen)
- Wenn Grundblock in SSA-Form gebracht, teste, ob schon vorhandene Nachfolger fertig gestellt werden können, und stelle sie fertig.

SSA Aufbau und unbekannte Vorgänger

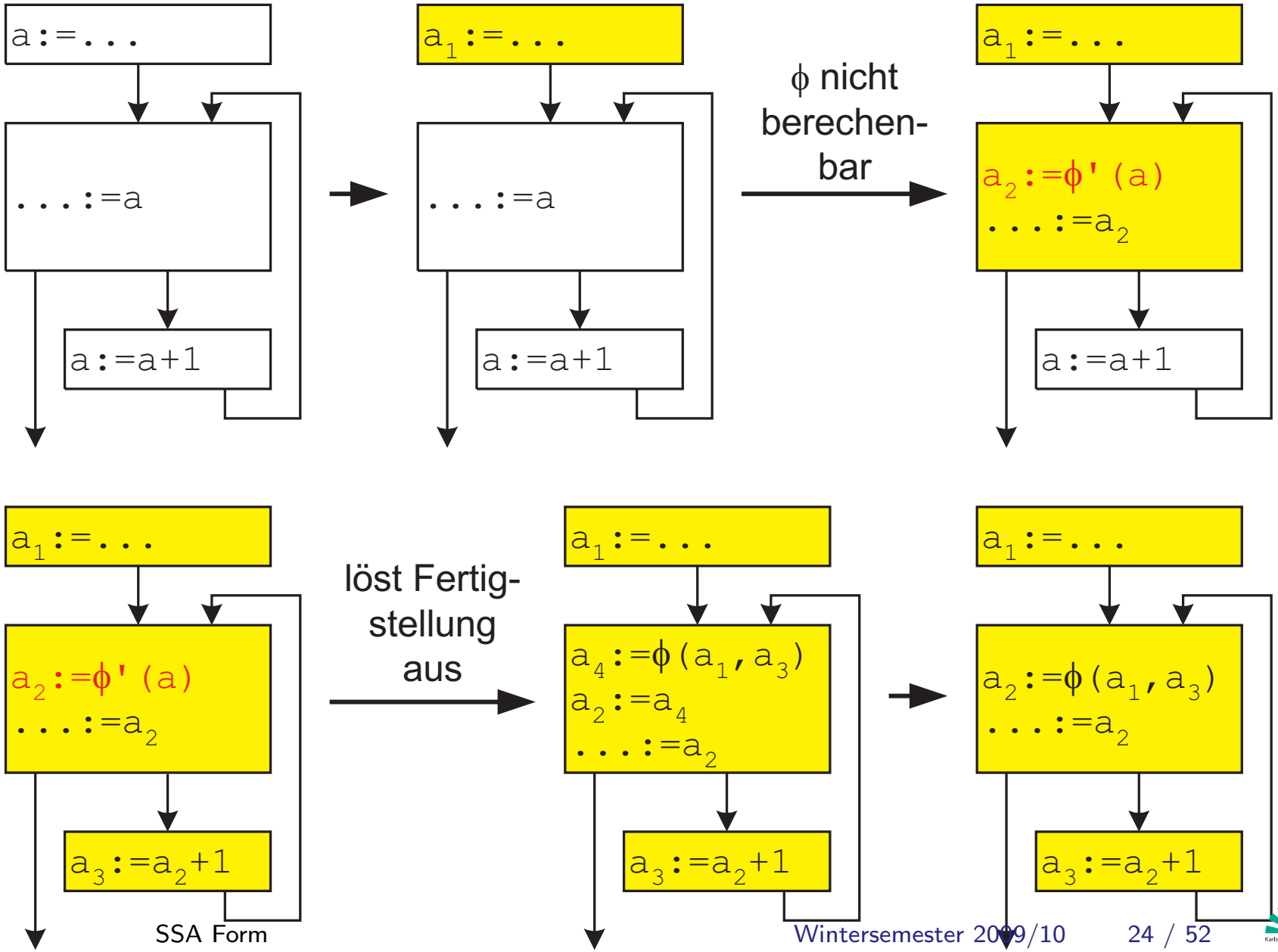
Beobachtungen:

- Geht man beim Aufbau soweit möglich in Ablaufrichtung vor, sind eindeutige Vorgänger immer vor ihren Nachfolgern in SSA-Form: Dominatoren werden immer zuerst aufgebaut.
- Bei Aufbau aus dem AST ist bekannt, wann alle Vorgänger aufgebaut sind (außer bei expliziten Sprüngen mit *goto*).

Folgerung:

- Aufbau bei reduziblem Ablauf effizient!
- Wenn Dominatoren bekannt, ist globale Eliminierung gemeinsamer Teilausdrücke effizient.

unbekannte Vorgänger: Beispiel

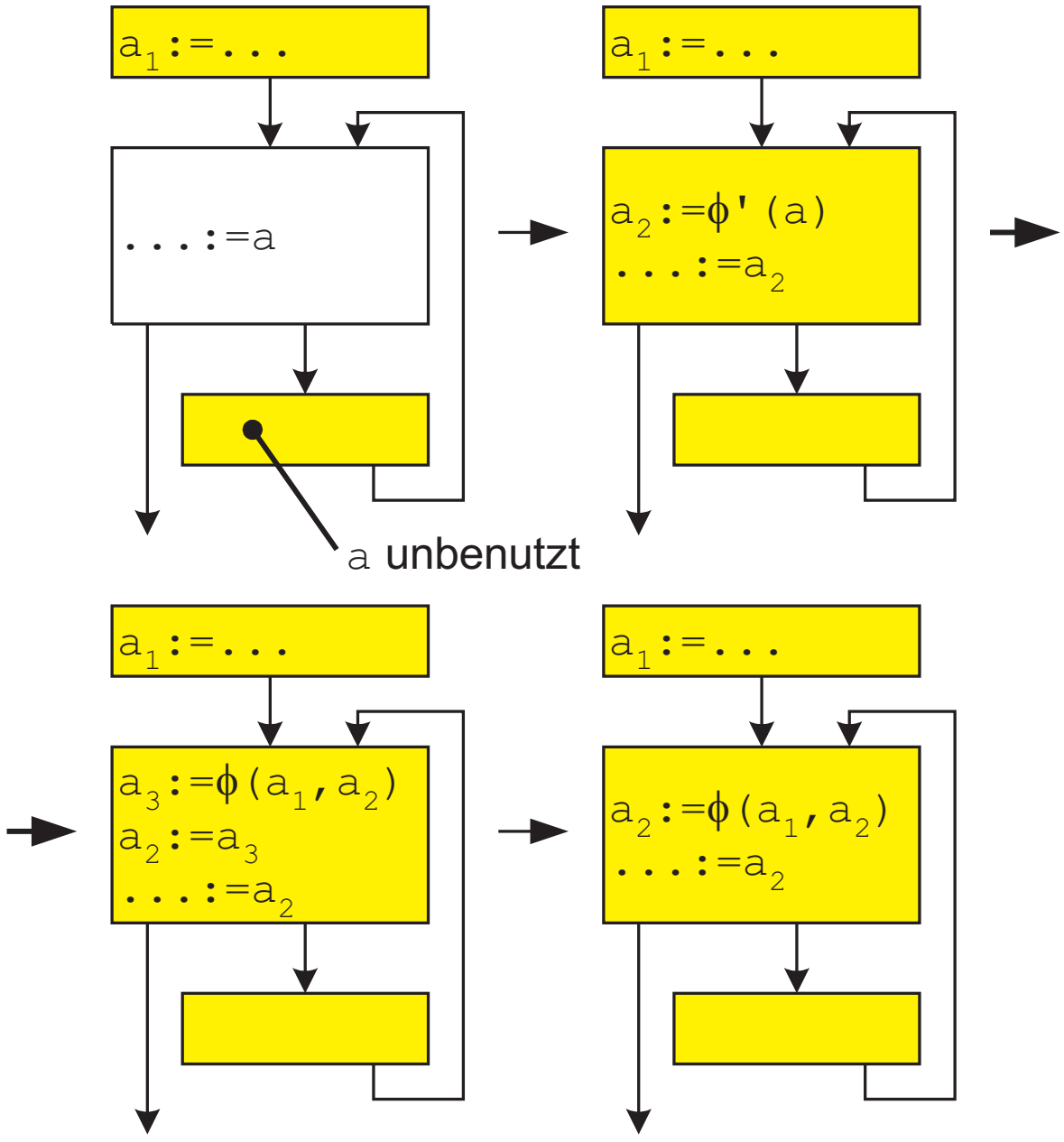


SSA Aufbau - Abbruchkriterien für HW

Beobachtung:
Algorithmus *HW* kann rekursiv über alle Vorgängerblöcke iterieren.

- Erreicht er den Startblock, wird ein undefinierter Wert verwendet (Fehlermeldung: nicht initialisierte Variable)
- Bei zyklischem Ablauf ohne Definitionen wird Endlosrekursion durch ϕ' unterbunden
  (dies ist die zweite wichtige Aufgabe der ϕ'-Funkionen!)

Abbruchkriterien für *HW*: Beispiel

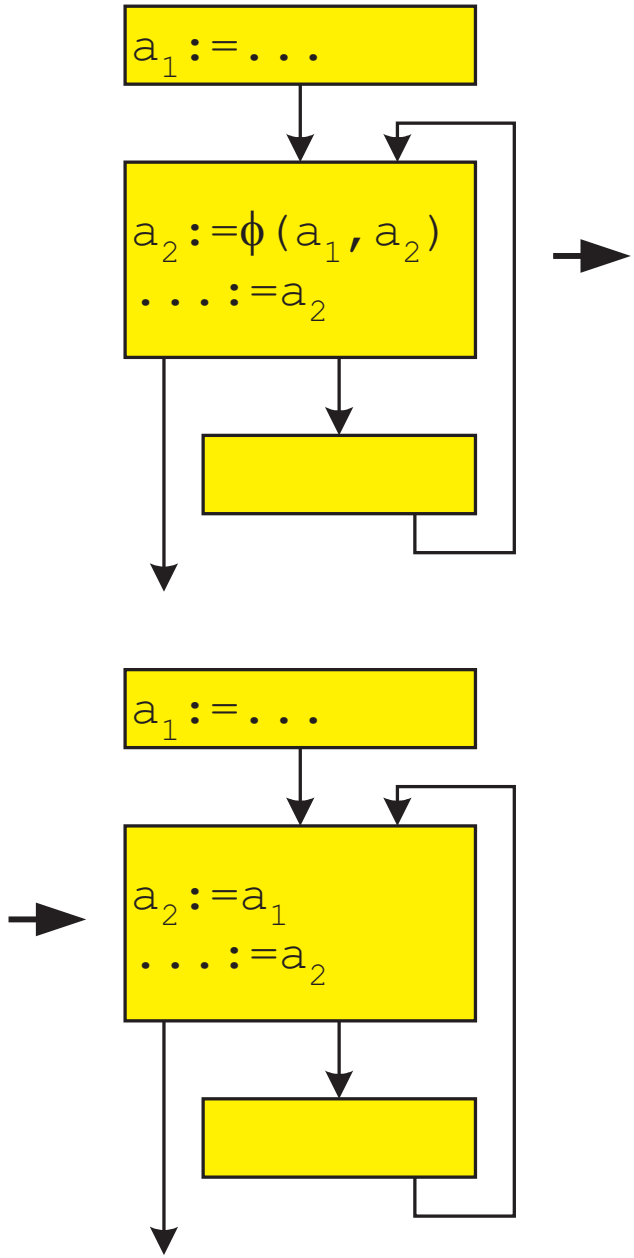


SSA Aufbau und unnötige ϕ-Funktionen

Beobachtung:
Es entstehen unnötige ϕ-Funktionen:

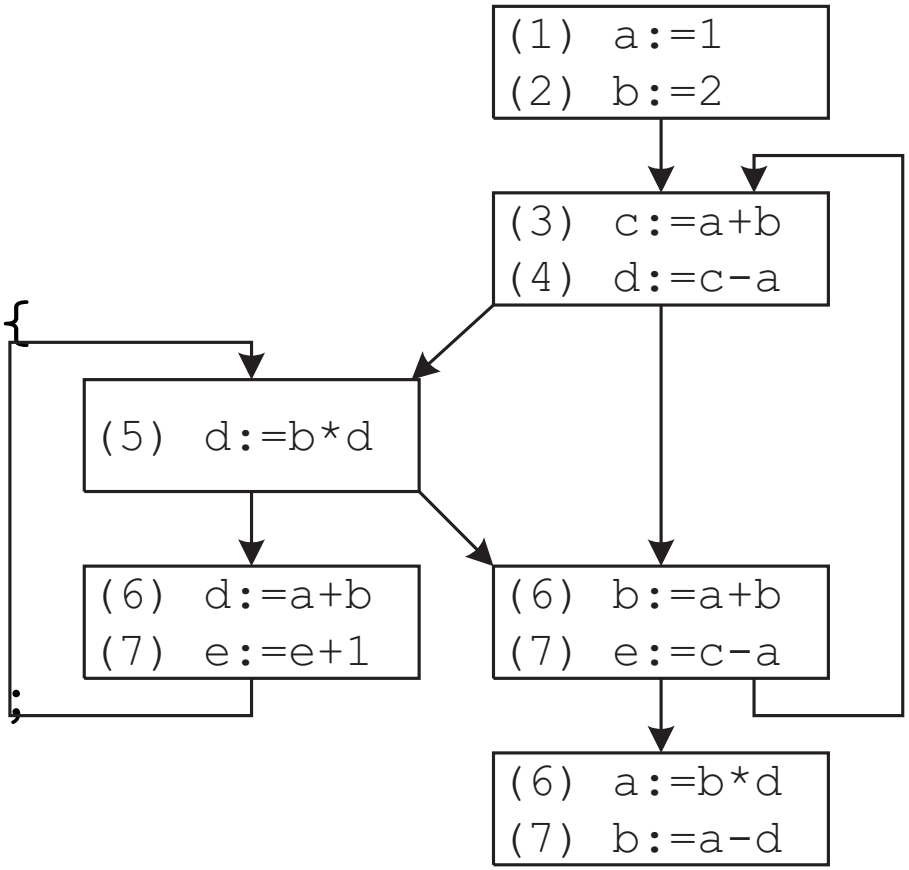
- Die Operanden sind das Ergebnis der ϕ-Funktion
- Da jede Schleife mindestens einen Vorgänger außerhalb der Schleife hat, existiert mindestens ein sinnvoller Operand
- Gibt es nur einen Operanden, so ersetze die ϕ-Funktion durch diesen.

(Bei nicht reduziblem Ablauf gibt es Komplikationen.)

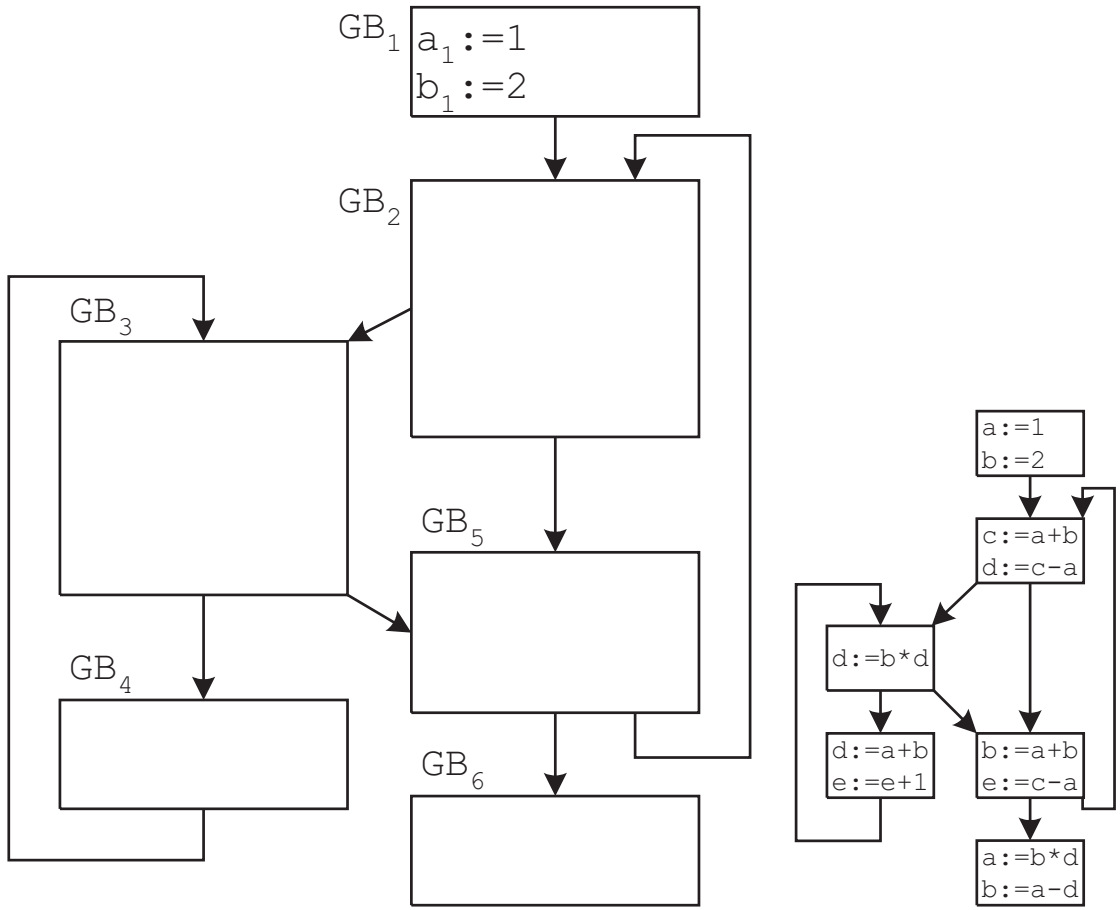


Beispielprogramm und Grundblockgraph

```
(1)  a:=1;
(2)  b:=2;
     while true {
(3)    c:=a+b;
(4)    if (d=c-a)
(5)      while (d=b*d) {
(6)        d:=a+b;
(7)        e:=e+1;
         }
(8)    b:=a+b;
(9)    if (e=c-a) break;
     }
(10) a:=b*d;
(11) b:=a-d;
```

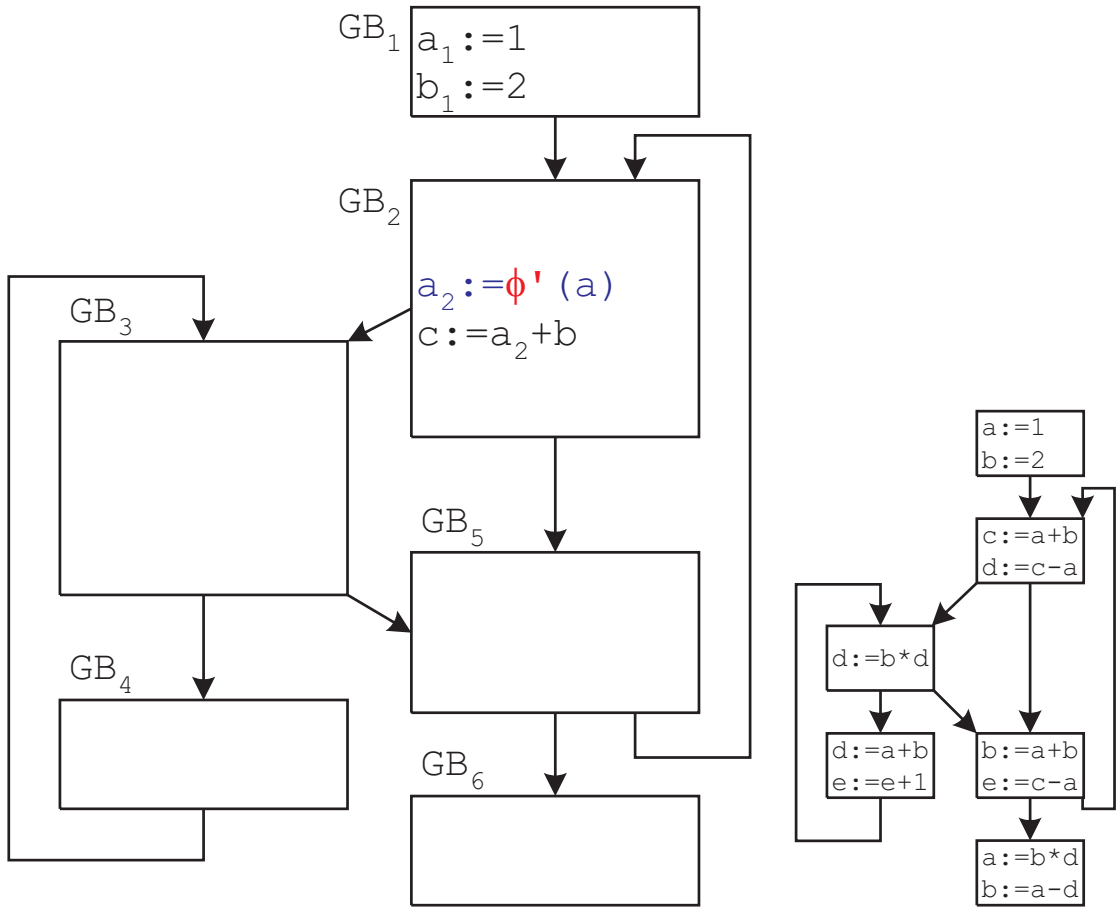


SSA Aufbau Block 1



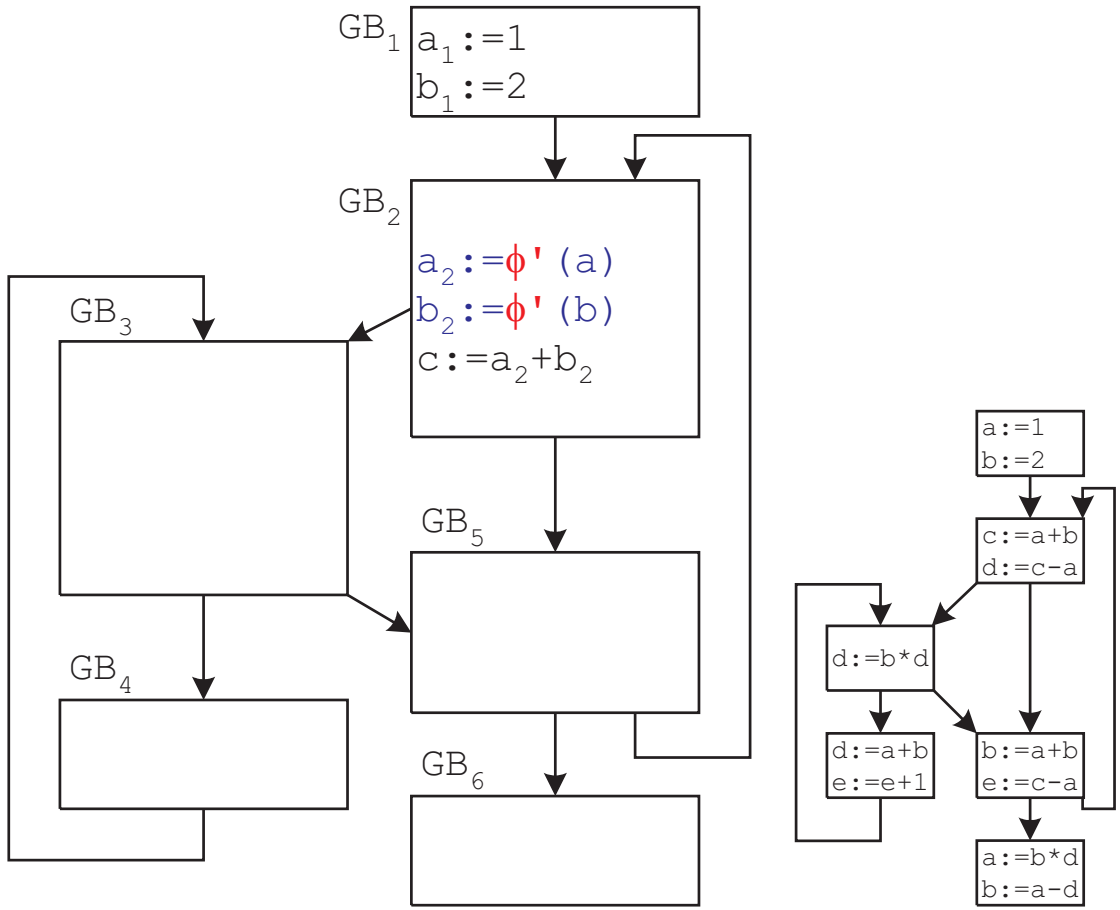
SSA Aufbau Block 2

Holen der *wn* für *a* erzeugt zuerst ϕ' für *a* ...



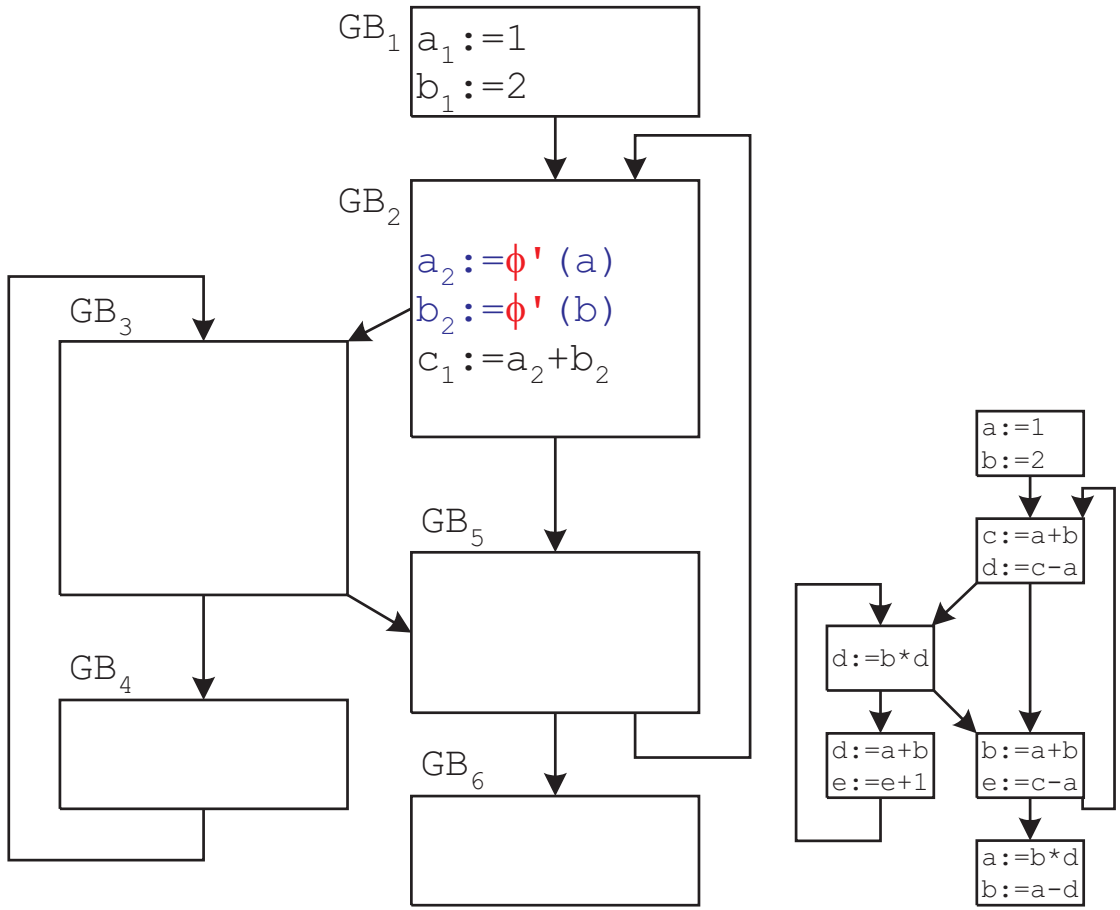
SSA Aufbau Block 2

. . . dann für b . . .



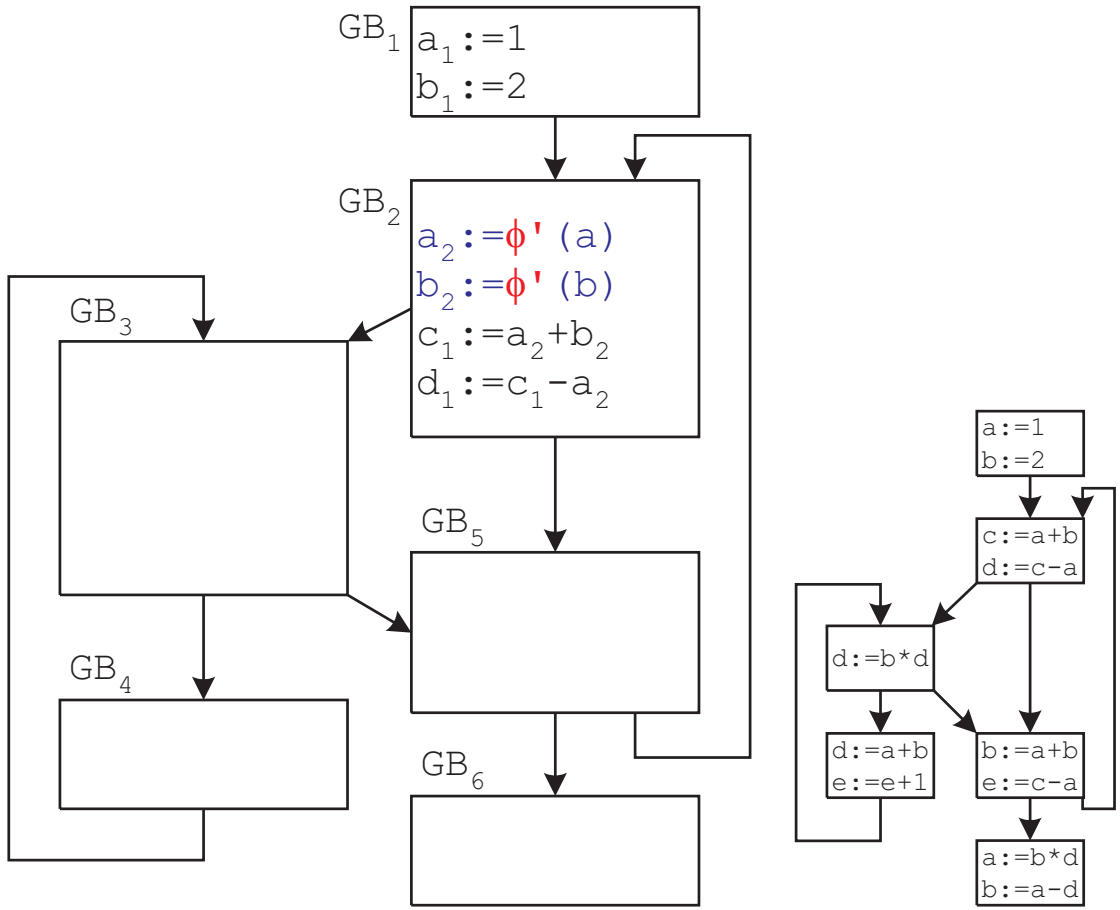
SSA Aufbau Block 2

. . . und schließlich eine *wn* für *c*.

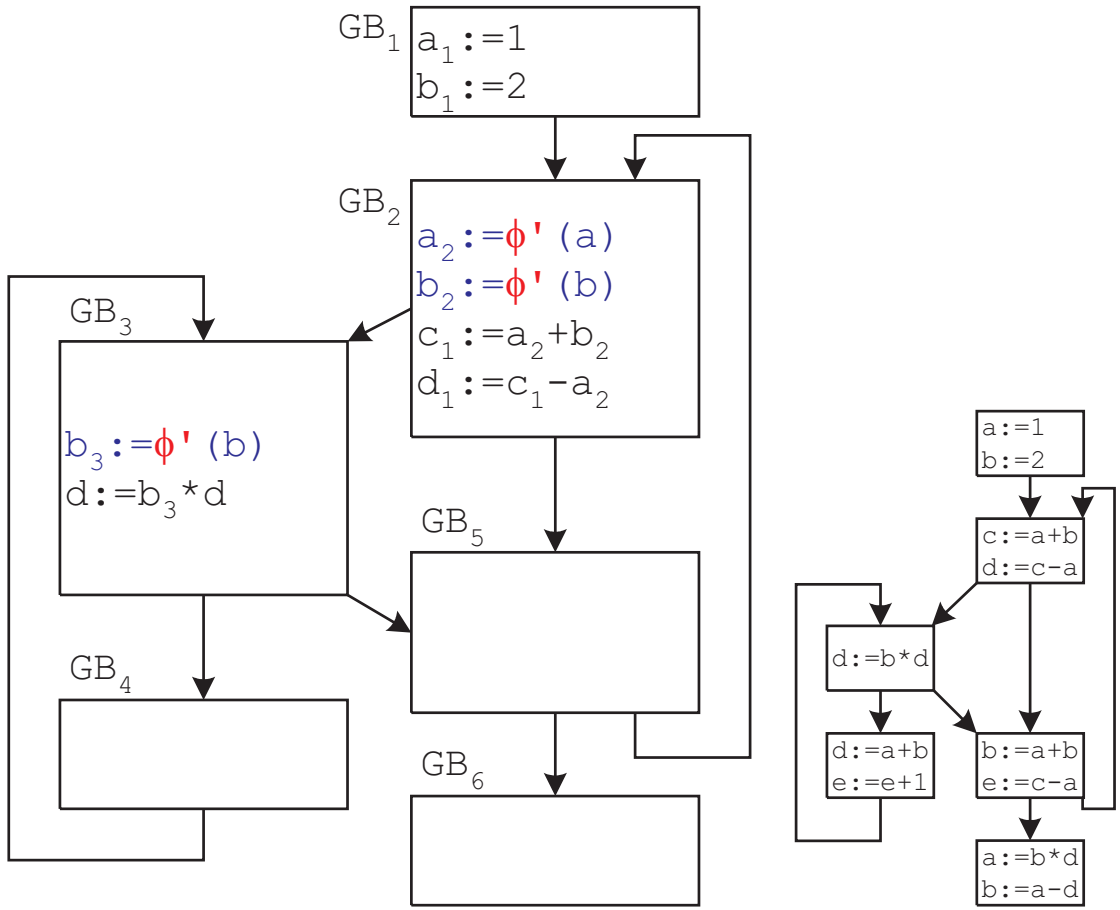


SSA Aufbau Block 2

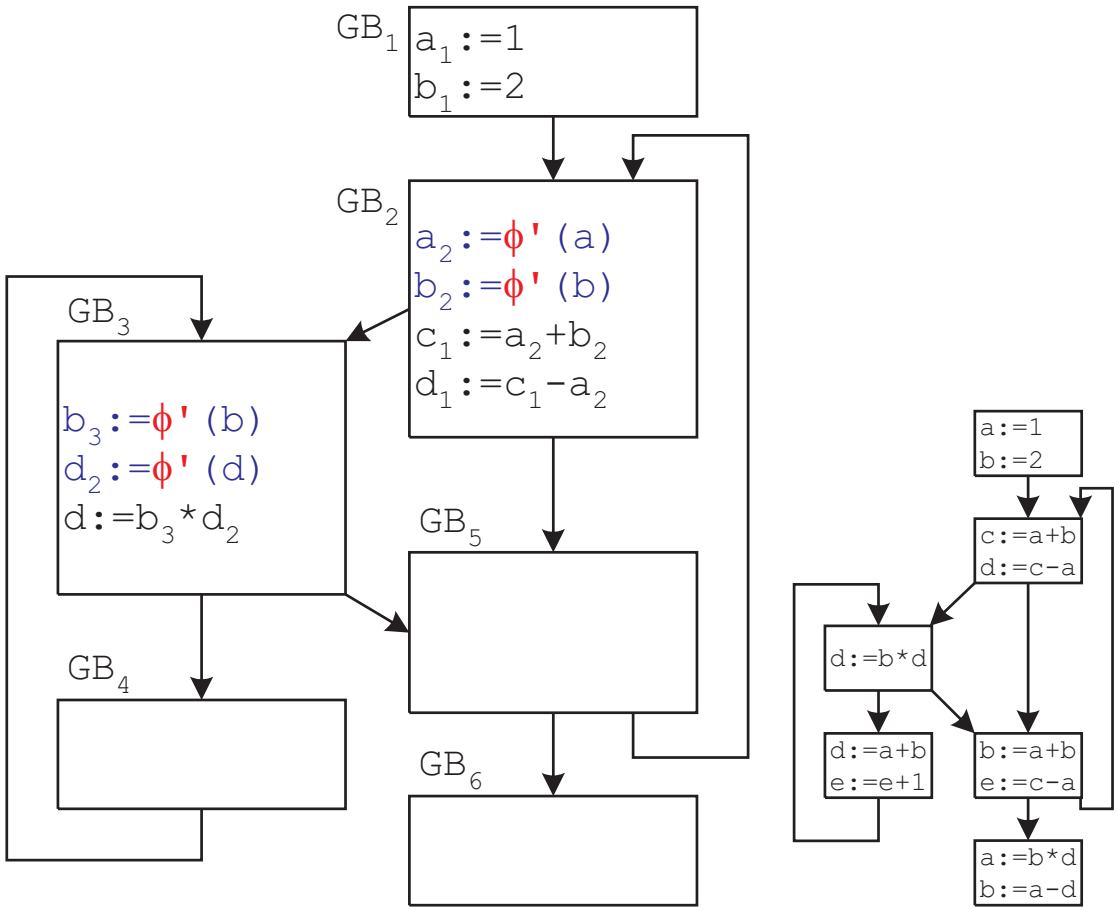
Der Aufbau für $d := c - a$ funktioniert wie normale Wertnumerierung.



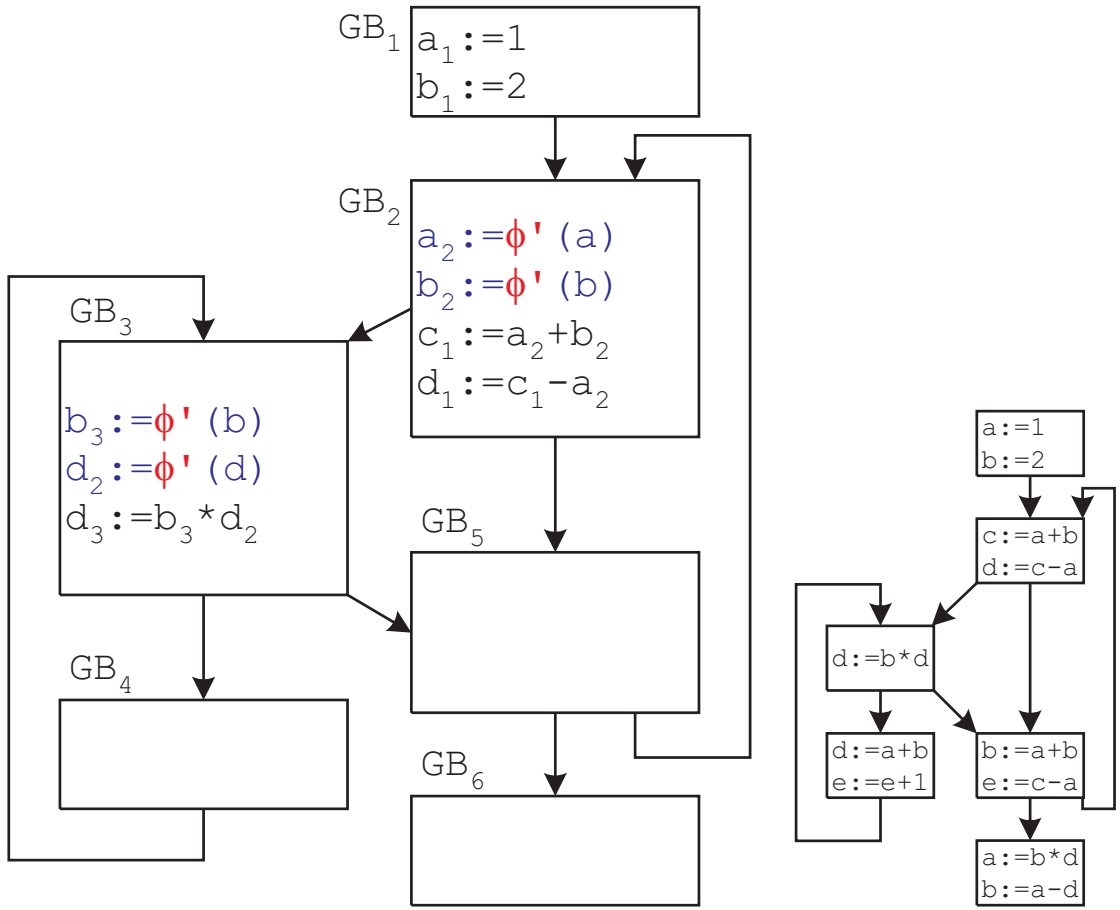
SSA Aufbau Block 3



SSA Aufbau Block 3

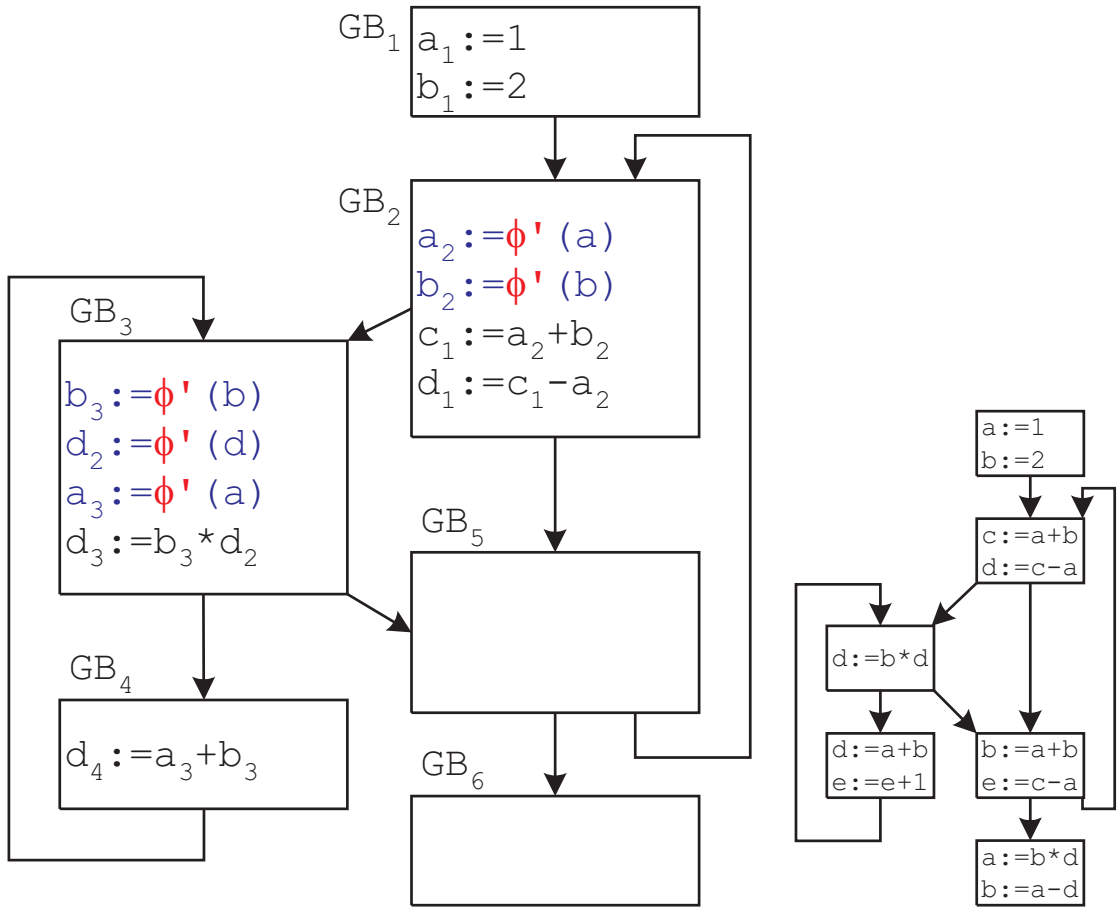


SSA Aufbau Block 3

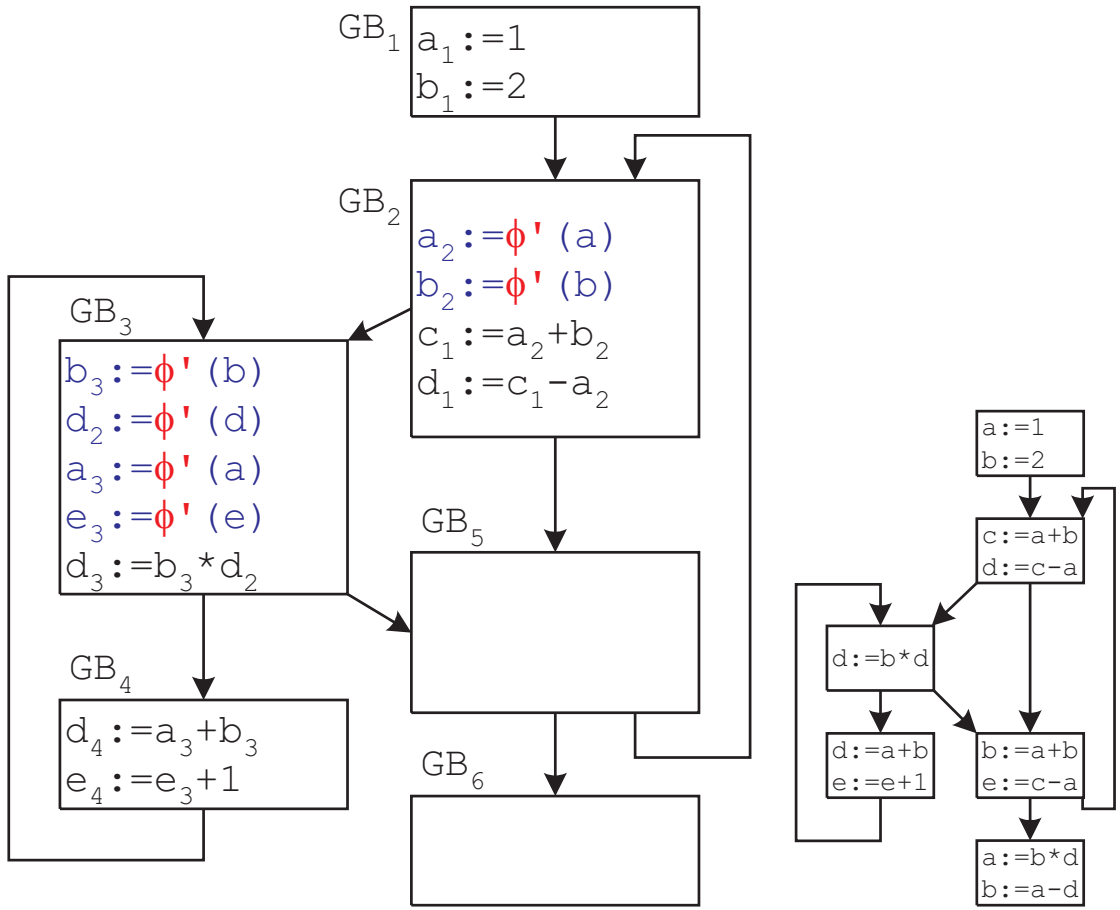


SSA Aufbau Block 4

Der Aufruf $HW(a)$ in 4 führt zu rekursivem Aufruf $HW(a)$ in 3.
Dieser erzeugt in 3 neuen ϕ'-Funktionen für a.



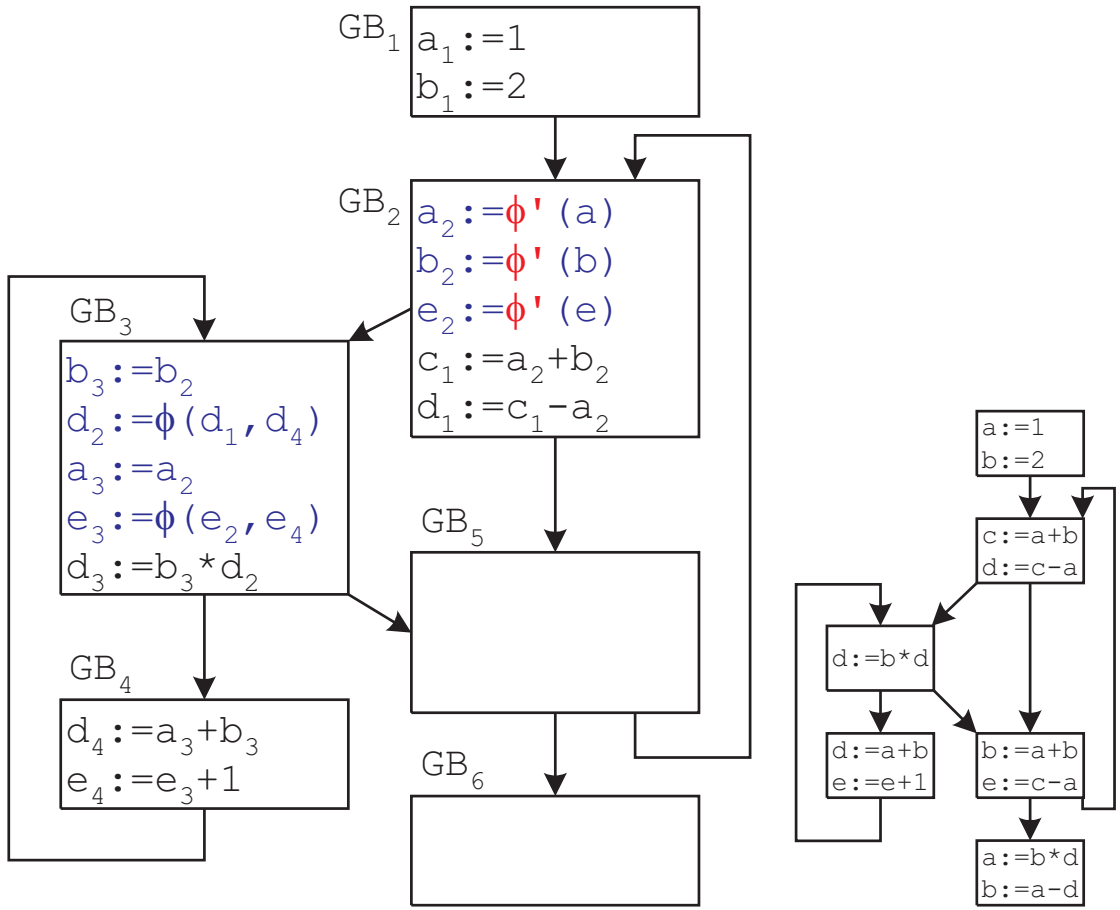
SSA Aufbau Block 4



SSA Aufbau Block 4

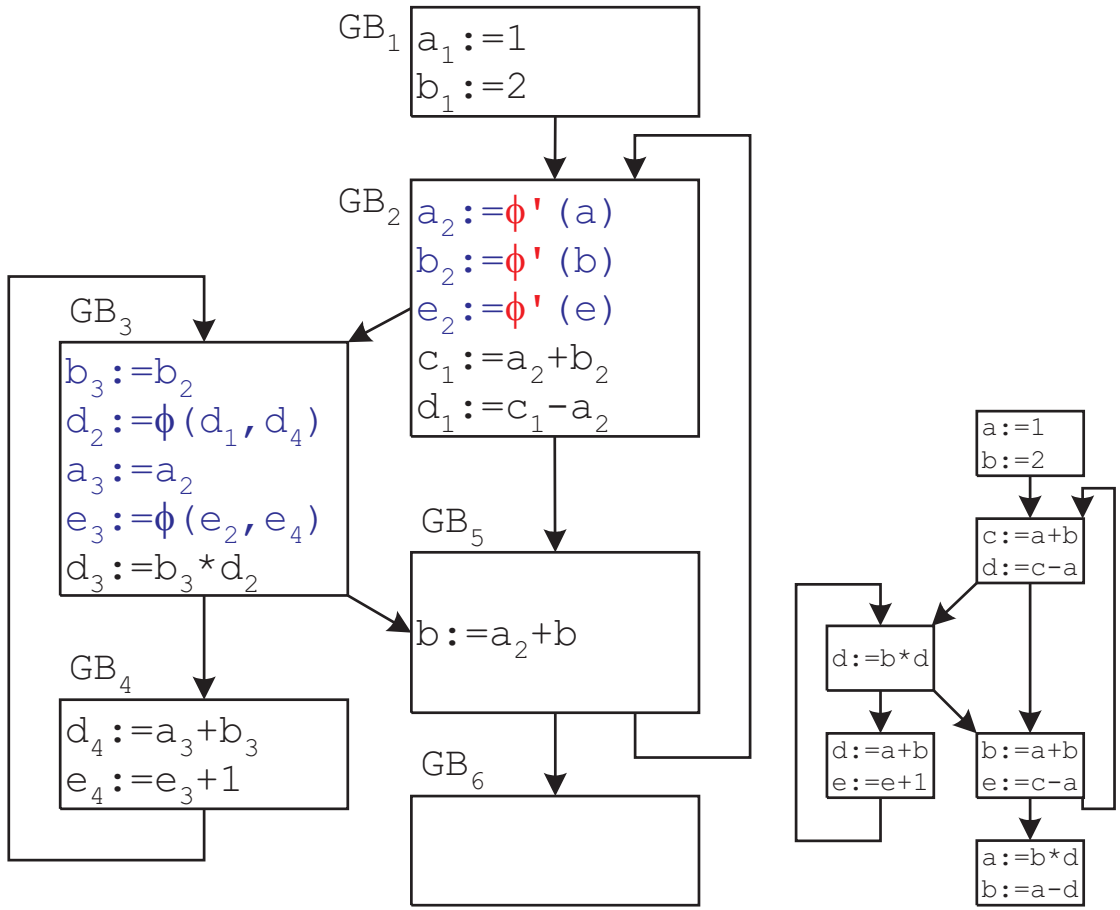
Jetzt alle Vorgänger von Block 3 in SSA Form: ϕ-Funktionen werden berechnet.

Für e wird rekursiv ein ϕ'-Funktionen in Block 2 eingesetzt.

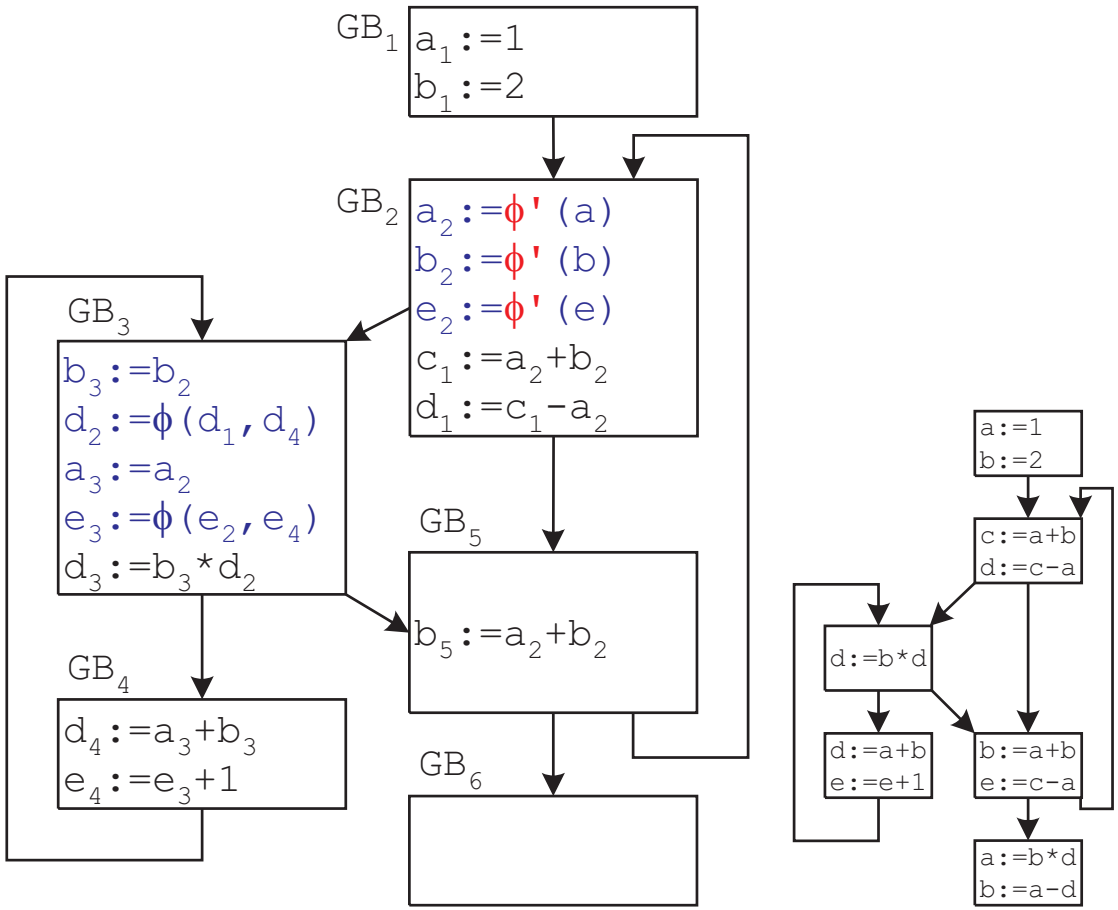


SSA Aufbau Block 5

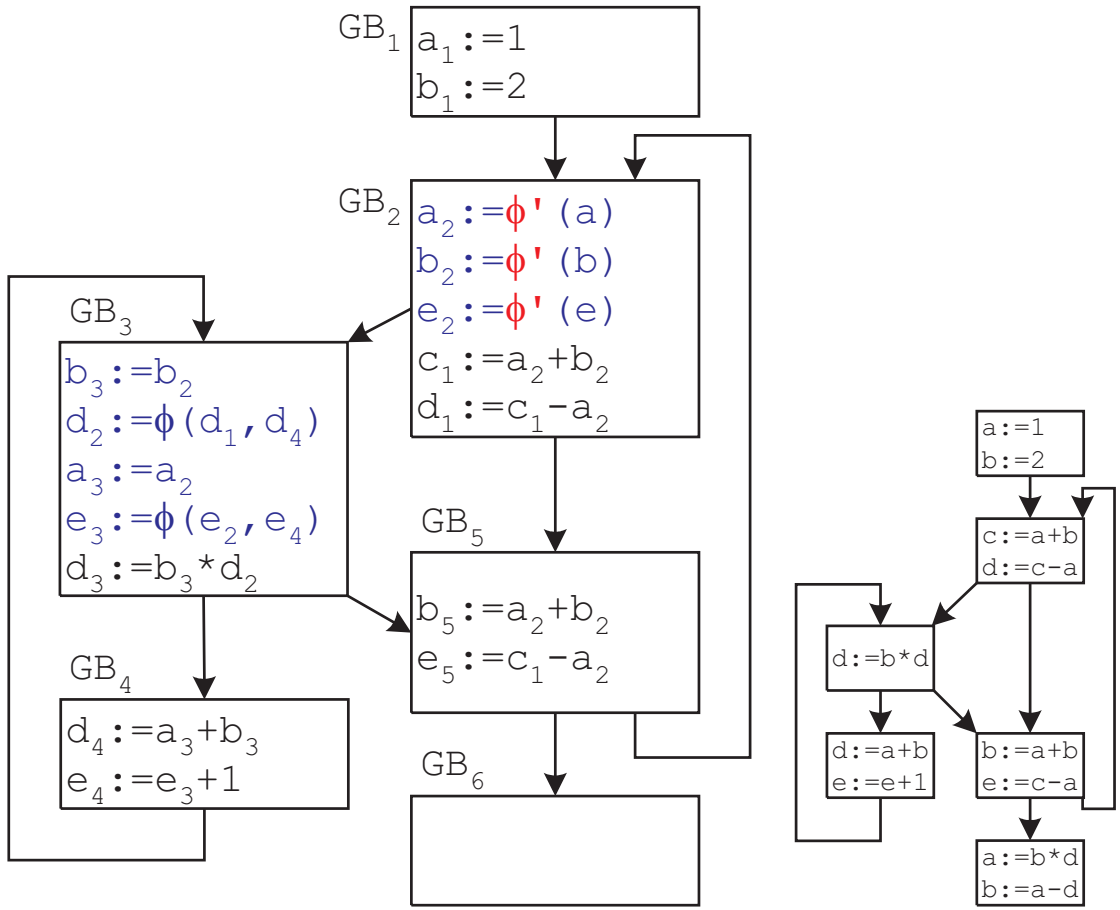
$HW(a)$ in 5 überspringt Kopien, findet eindeutige Definition:
keine ϕ-Funktion nötig.



SSA Aufbau Block 5



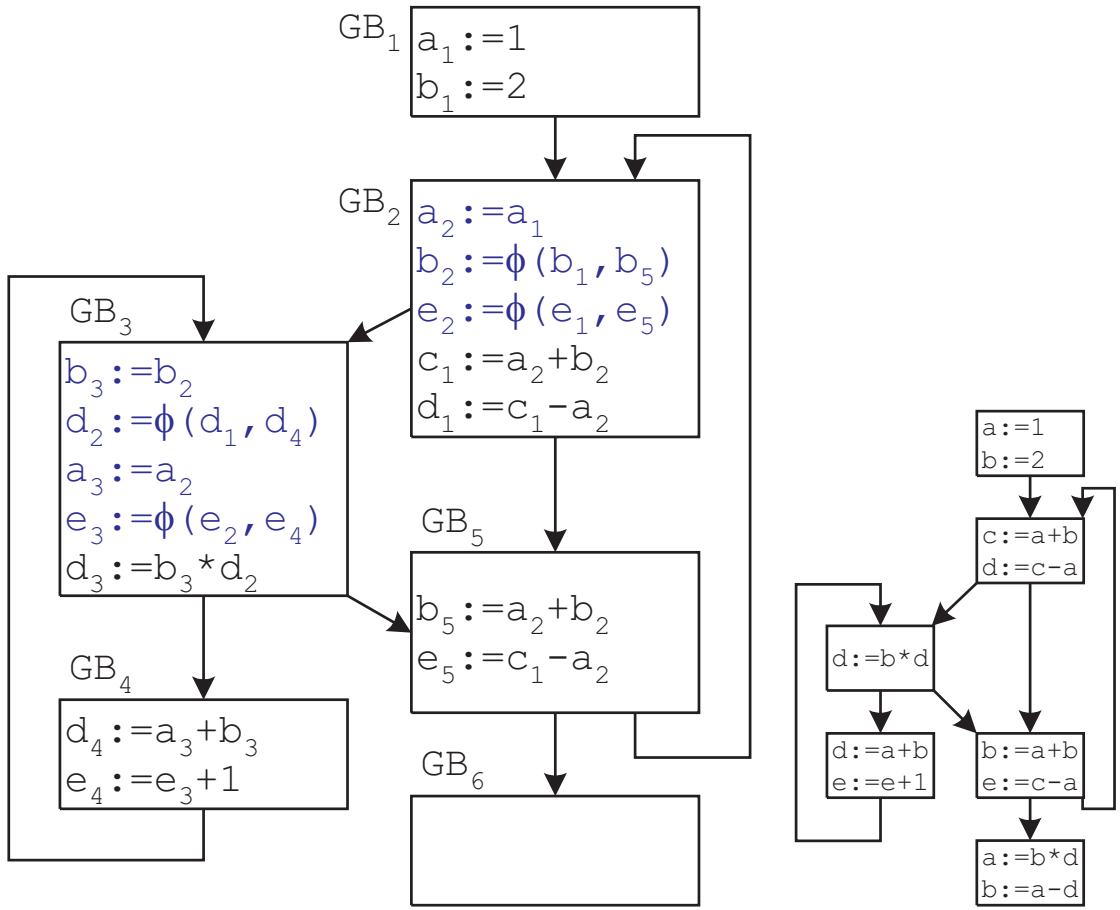
SSA Aufbau Block 5



SSA Aufbau Block 5

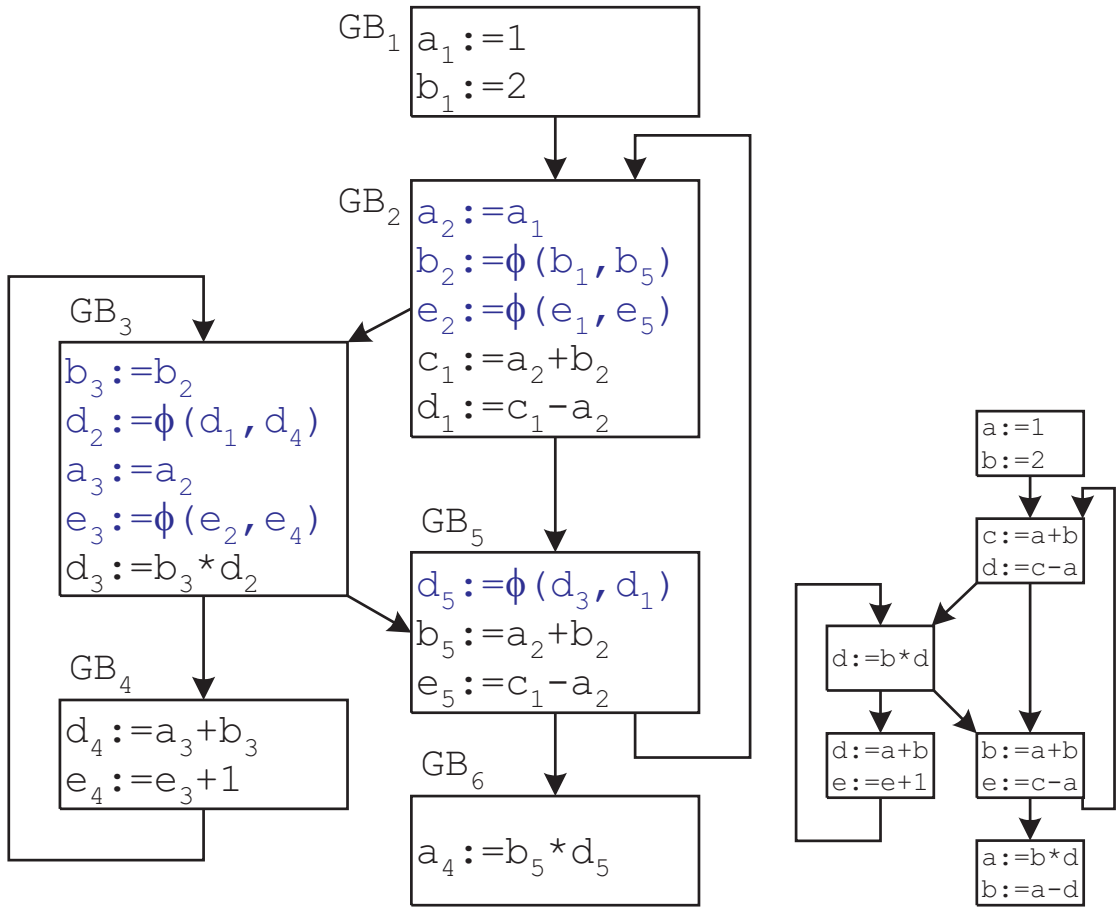
Jetzt alle Vorgänger von Block 2 in SSA Form: ϕ-Funktionen werden berechnet.

Algorithmus bemerkt:
e ist uninitialisiert! Annahme: Wert e_1

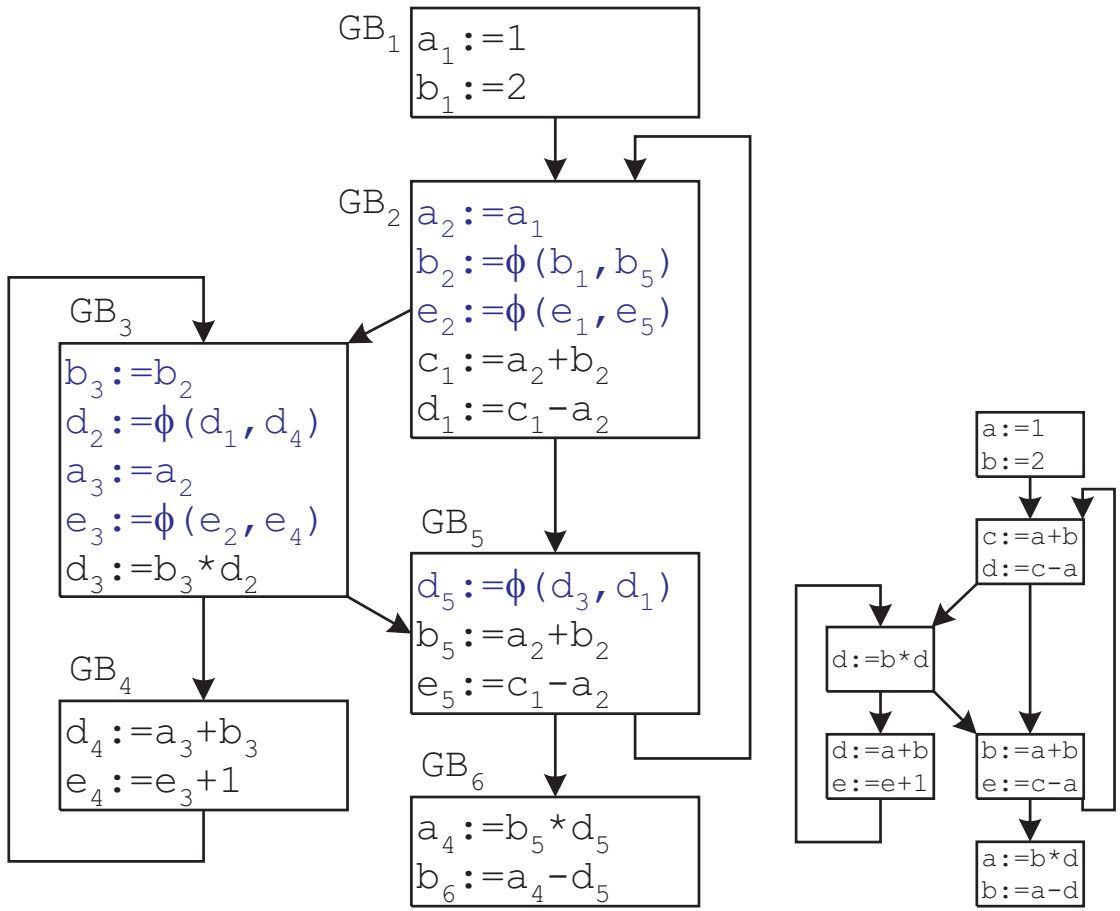


SSA Aufbau Block 6

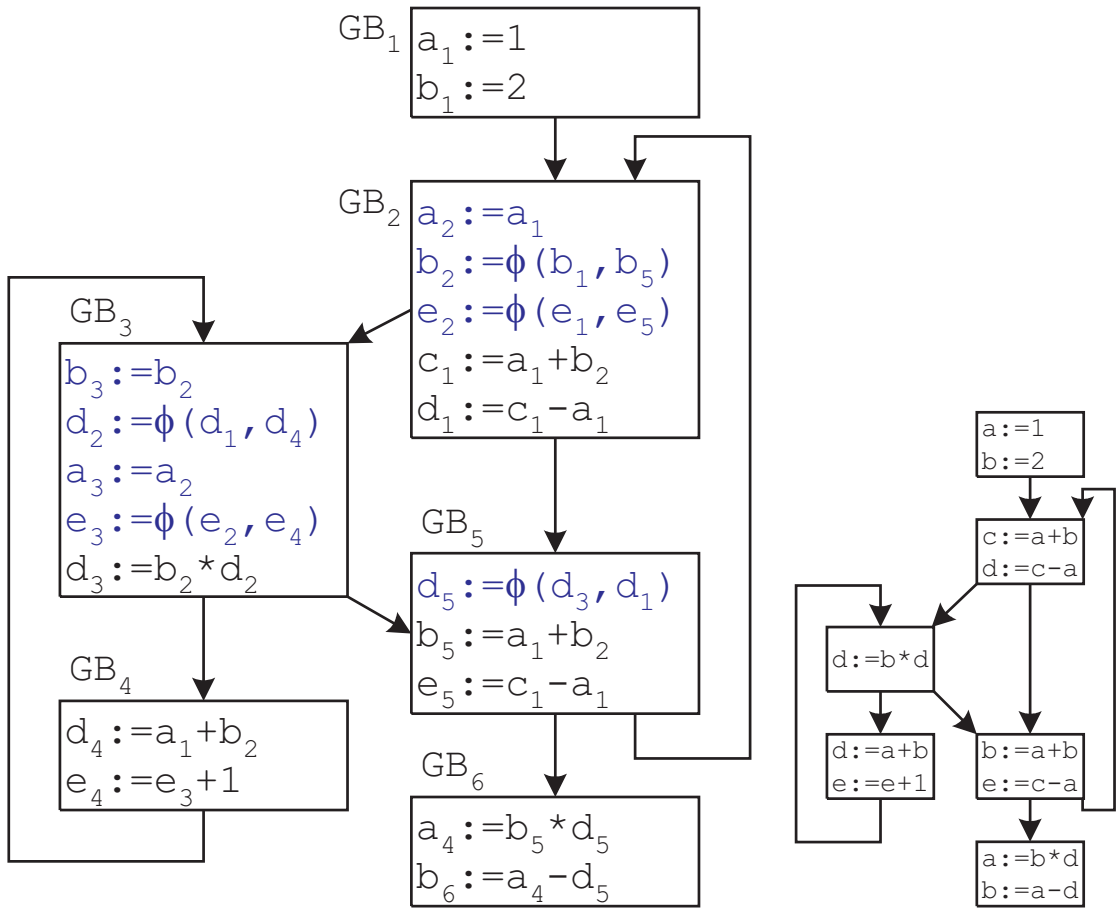
Rekursiver Aufruf von $HW(a)$ in 5 setzt komplette ϕ-Funktion d_5 ein



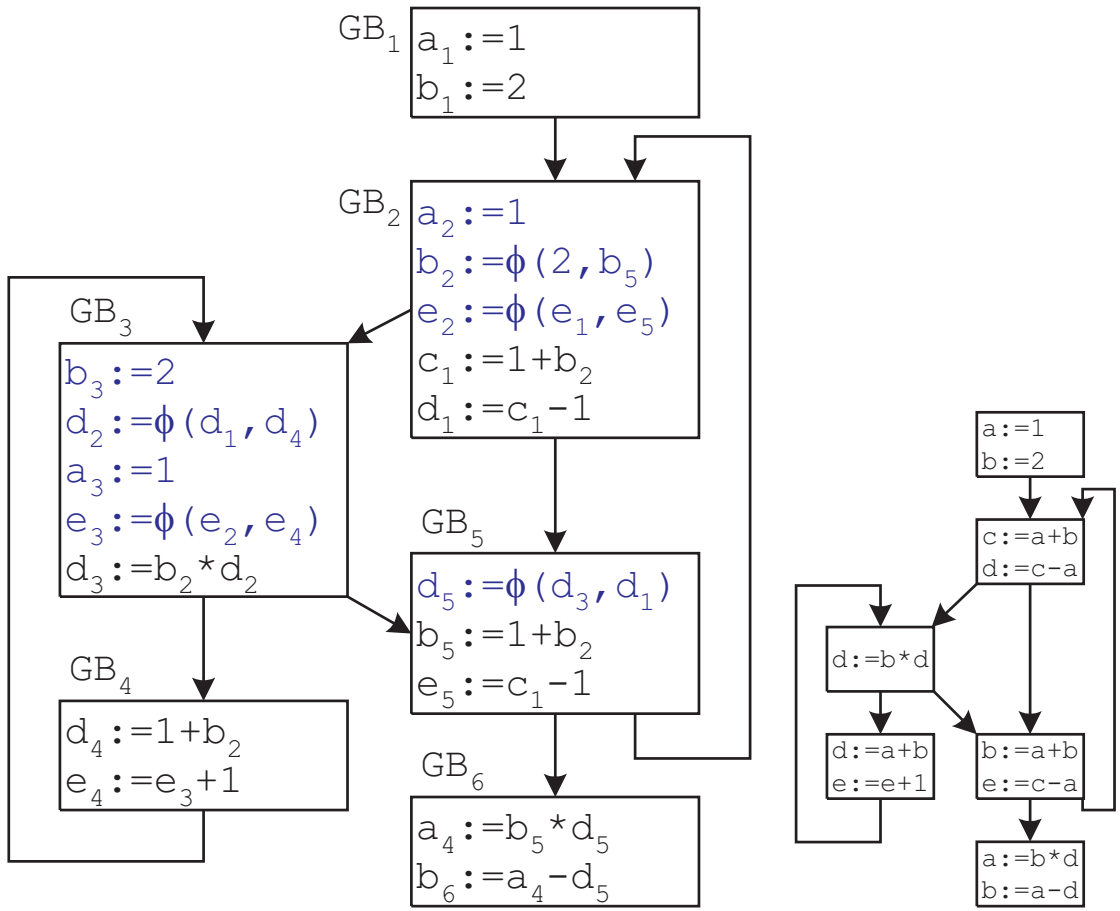
SSA Aufbau Block 6



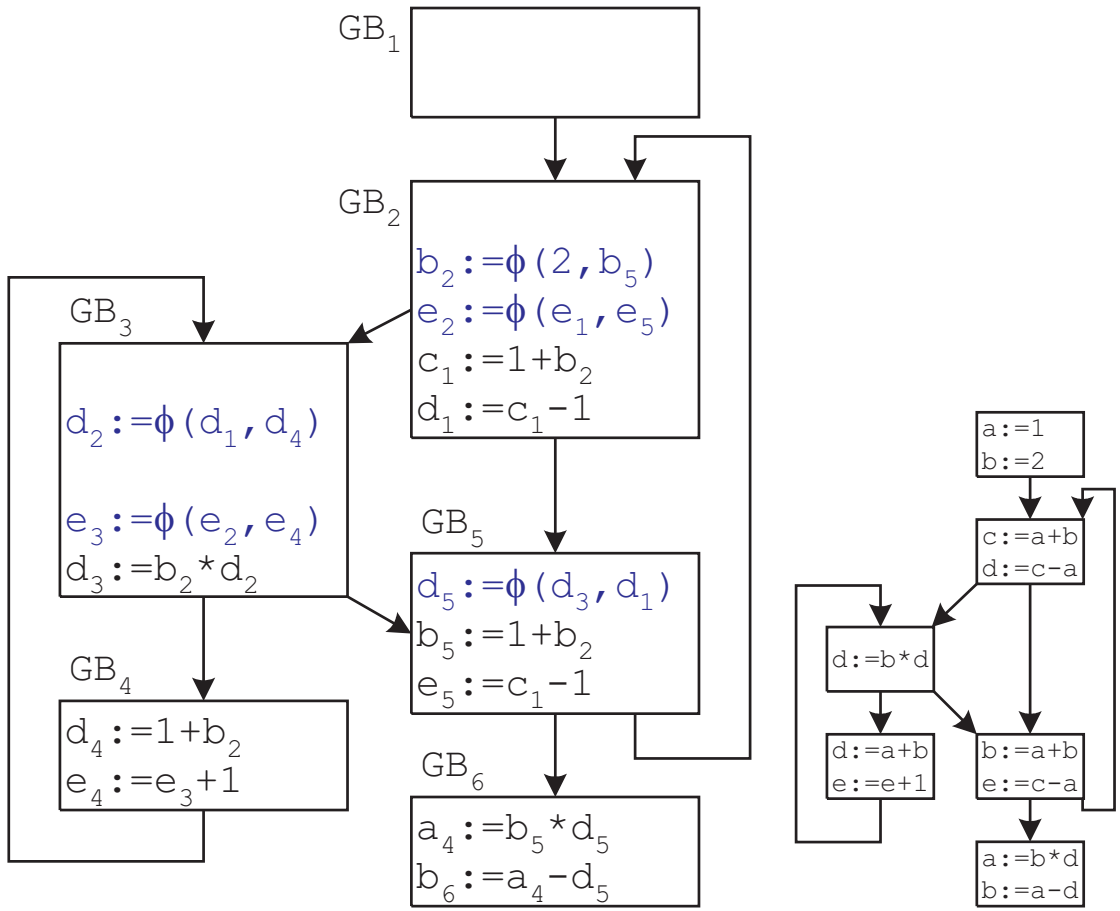
Vereinfachungen: Kopienfortpflanzung



Vereinfachungen: Konstantenfortpflanzung

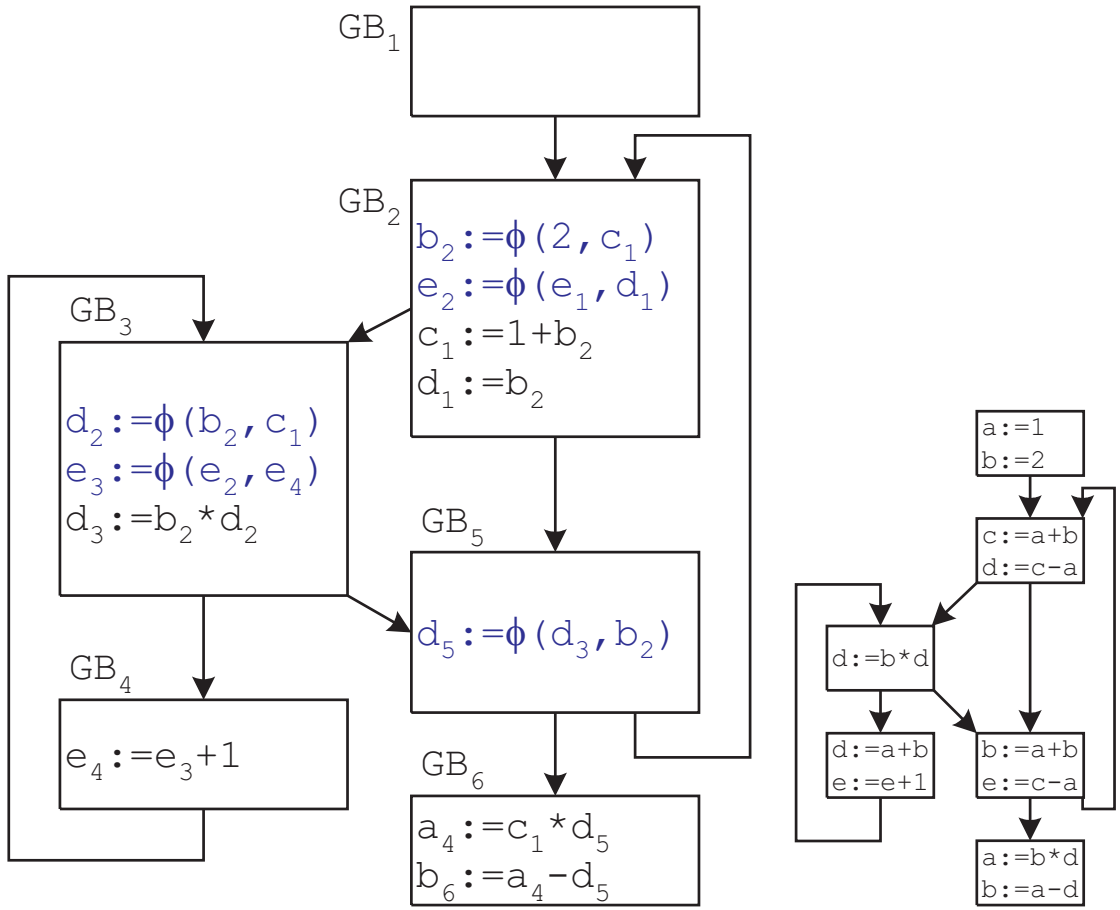


Vereinfachungen: Toten Code eliminieren



Weitere Vereinfachungen

- Gemeinsame Teilausdrücke
- Reassoziation
- konstante Ausdrücke auswerten
- Kopien fortschreiben
- Toten Code eliminieren



SSA-Aufbau aus dem AST

Ein Links-Rechts Baumdurchlauf:

- Halte aktuellen Grundblock in globaler Variablen
- Ausdrücke: Generiere SSA für aktuellen Grundblock, Zwischenergebnisse werden nur einmal verwendet, daher kein Holen/Merken von Wertnummern nötig!

Anweisungen:

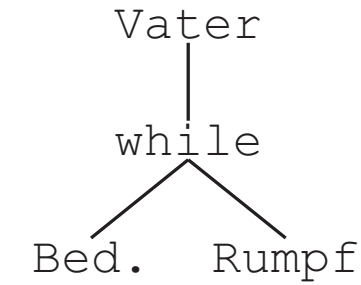
- generiere Grundblöcke
- generiere Code für Grundblöcke
- Füge Ablauf der Grundblöcke zusammen
- Schließe SSA Aufbau für die Grundblöcke ab

Prozeduraufrufe sind in diesem Zusammenhang Ausdrücke.
Bei Sprüngen: Schließe Grundblöcke mit Sprungmarken in einem zweiten Baumdurchlauf ab.

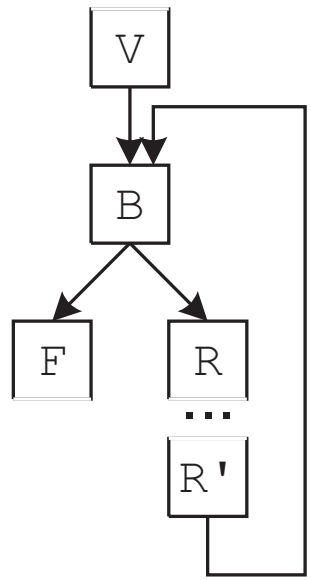
Aufbau aus dem AST, Beispiel while

- Schließe SSA Aufbau für aktuellen Block (V) ab
- Erzeuge neuen Block (B) für Schleifenbedingung
- Füge Ablauf $V \rightarrow B$ ein
- Erzeuge SSA-Code für Bedingung (rekursiver Abstieg)
- Erzeuge neuen aktuellen Block (R) für Schleifenrumpf, merke Block B
- Erzeuge SSA-Code für Rumpf (rekursiver Abstieg)
- Schließe SSA-Aufbau für aktuellen Block (R') ab
- Füge Ablauf $R' \rightarrow B$ ein
- Schließe SSA-Aufbau für Block B ab
- Erzeuge neuen Block (F) für Fortsetzung
- Füge Ablauf $B \rightarrow F$ ein
- Rekursion kehrt zu Vater zurück und generiert weiteren Code in Block F

AST Ausschnitt:



generierter Ablauf:



Zusammenfassung

- SSA bedeutet: statt Variablen dynamische Konstanten
- ϕ-Funktionen nötig bei Ablaufzusammenfluß
- ϕ-Funktionen werden an Dominanzgrenzen plaziert
- Darstellung als Datenflußgraph
- Ermöglicht effiziente Formulierung intraprozeduraler Optimierungen die auf Datenflußanalysen aufbauen
- Aufbau der ϕ-Funktionen: nur, wenn Wert verwendet; rekursiv für Vorgängerblöcke
- Endlosrekursionen vermeiden und Handhabung nicht fertiger Vorgängerblöcke mit ϕ'-Funktionen