
Semantik von Programmiersprachen – SS 2010

<http://pp.info.uni-karlsruhe.de/lehre/SS2010/semantik>

Blatt 3: Small-Step-Semantik

Besprechung: 04.05.2010

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? (H)

- (a) $b_1 \ \&\& \ b_2$ verhält sich semantisch wie `if (b1) then true else b2`.
- (b) $\langle \text{if } (b) \text{ then } c_1 \text{ else } c_2, \sigma \rangle$ und $\langle \text{if } (\text{not } b) \text{ then } c_2 \text{ else } c_1, \sigma \rangle$ haben die gleichen Ableitungsfolgen.
- (c) Wenn $\langle c_1; c_2, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c'_1; c_2, \sigma' \rangle$, dann auch $\langle c_1, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c'_1, \sigma' \rangle$.
- (d) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{n}_1 \langle c, \sigma \rangle$, dann $n = 0$.
- (e) $\langle x := 1; \text{while } (x \leq 2) \text{ do } x := x * 2, \sigma \rangle \xrightarrow{12}_1 \langle \text{skip}, \sigma[x \mapsto 4] \rangle$.
- (f) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$, dann enthält c syntaktisch keine Schleife der Form `while (true) do c'`.
- (g) Wenn $(\gamma_i)_i$ und $(\delta_j)_j$ Ableitungsfolgen für $\langle c, \sigma \rangle$ sind, dann $(\gamma_i)_i = (\delta_j)_j$.
- (h) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c', \sigma' \rangle$, dann enthält c' höchstens dreimal so viele AST-Knoten wie c .

2. Small-Step simuliert Big-Step (H)

Beweisen Sie durch Induktion über die Regeln der Big-Step-Semantik, dass jede Ausführung in der Big-Step-Semantik eine äquivalente Ausführung in der Small-Step-Semantik besitzt, d.h.: Aus $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma'$ folgt $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$.

3. Semantische Äquivalenz bei Small-Step (Ü)

Zwei Programme c und c' sind *äquivalent* bezüglich der Small-Step-Semantik, falls für alle Zustände σ, σ' gilt:

- (i) $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$ genau dann, wenn auch $\langle c', \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$ und
- (ii) $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{\infty}_1$ genau dann, wenn auch $\langle c', \sigma \rangle \xrightarrow{\infty}_1$.

Vergleichen Sie diesen Äquivalenzbegriff mit dem semantischen Äquivalenzbegriff für die Big-Step-Semantik. Sie können dazu davon ausgehen, dass für alle c, σ und σ' gilt:

$$\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma' \quad \text{gdw.} \quad \langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$$

Beweisen Sie, dass die folgenden Programme im Small-Step-Sinn äquivalent sind:

- (a) `while (b) do c` und `if (b) then c; while (b) do c else skip`
- (b) `c; while (true) do c'` und `while (true) do c''`
- (c) Wenn c und c' äquivalent sind, dann auch `while (b) do c` und `while (b) do c'`.