

Semantik von Programmiersprachen – SS 2010

<http://pp.info.uni-karlsruhe.de/lehre/SS2010/semantik>

Blatt 10: Fixpunkttheorie

Besprechung: 22.06.2010

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? (H)

- (a) Für $f(\sigma) = \sigma[i \mapsto 1]$ und $g(\sigma) = \sigma[i \mapsto 2]$ gilt $f \sqsubseteq g$.
- (b) Jede Teilmenge von $\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ hat bezüglich der normalen Ordnung $<$ auf den reellen Zahlen \mathbb{R} ein kleinstes Element.
- (c) Jede Teilmenge einer total geordneten Menge ist eine Kette.
- (d) In einer ccpo (D, \sqsubseteq) hat jede Menge $M \subseteq D$ eine obere Schranke.
- (e) Die Menge $\mathfrak{P}^{fin}(\mathbb{N})$ der endlichen Teilmengen von \mathbb{N} ist mit der Teilmengenrelation \subseteq als Ordnung eine ccpo.
- (f) Jede ccpo (D, \sqsubseteq) hat ein kleinstes Element.
- (g) Das abgeschlossene Intervall $[0, 1] \subseteq \mathbb{R}$ ist eine ccpo mit $<$ als Ordnung.
- (h) IF (p, f, g) ist strikt in f .
- (i) Wenn $f \circ g$ kettenstetig ist, dann sind auch f und g kettenstetig.

2. Monotonie und Fixpunkte (H)

Finden Sie eine Halbordnung (D, \sqsubseteq) mit kleinstem Element \perp und eine monotone Funktion $f :: D \Rightarrow D$, die mehrere Fixpunkte besitzt, aber keinen kleinsten.

3. repeat c until b-Schleife (Ü)

In einem früheren Aufgabe haben wir schon die operationale Semantik einer **repeat**-Schleife betrachtet. Com wird dazu um das Syntaxkonstrukt **repeat c until b** erweitert und die operationale Big-Step-Semantik durch die Regeln

$$\text{REPEATTT: } \frac{\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma' \quad \mathcal{B} \llbracket b \rrbracket \sigma' = \mathbf{tt}}{\langle \text{repeat } c \text{ until } b, \sigma \rangle \Downarrow \sigma'}$$

$$\text{REPEATFF: } \frac{\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma' \quad \mathcal{B} \llbracket b \rrbracket \sigma' = \mathbf{ff} \quad \langle \text{repeat } c \text{ until } b, \sigma' \rangle \Downarrow \sigma''}{\langle \text{repeat } c \text{ until } b, \sigma \rangle \Downarrow \sigma''}$$

- (a) Leiten Sie daraus die Rekursionsgleichung für $\mathcal{D} \llbracket \text{repeat } c \text{ until } b \rrbracket$ her.
- (b) Erweitern Sie die Definition von $\mathcal{D} \llbracket _ \rrbracket$ um **repeat c until b**.
- (c) Prüfen Sie, ob die Semantik mit Ihrer Erweiterung weiterhin wohldefiniert und kompositional ist.
- (d) Zeigen oder widerlegen Sie: $\mathcal{D} \llbracket \text{repeat } c \text{ until } b \rrbracket = \mathcal{D} \llbracket c; \text{ while } (\text{not } b) \text{ do } c \rrbracket$