Universität Karlsruhe (TH)
Lehrstuhl für Programmierparadigmen

Theorembeweiser und ihre Anwendungen SS 2009 http://pp.info.uni-karlsruhe.de/
Übungsleiter: Daniel Wasserrab wasserra@ipd.info.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt 9 Besprechung: 23.06.2009

Natürliches Schließen mittels Isar

Wir wollen in dieser Aufgabe einige Aussagen von Blatt 1 nochmals beweisen – diesmal jedoch mittels Verwendung von Isar. Versuchen Sie dabei, das Beweisskript analog Ihren Überlegungen und dabei so übersichtlich und verständlich wie möglich zu halten.

Hinweise:

- Sie dürfen Fallunterscheidungen benutzen, jedoch **nur** in `proof` Statements, also `proof(cases P)`.
- Sie dürfen auch `simp` benutzen, allerdings nur mit Option `only` und vorher bewiesenen Lemmas (also kein `auto`!)
- Aussagen, die durch `from`, `hence`, `thus`, `with` etc. zum Beweis hinzugefügt werden, werden nicht automatisch zu Prämissen. Oftmals muss also vor Anwendung eines `erule` (manchmal auch eines `rule`) erst die Regel mittels eines `apply -` "zusammengefügt" werden.
- `by assumption` kann durch `.` abgekürzt werden
- Evtl. könnten Sie für Widerspruchsbeweise dieses Lemma brauchen:
  `ccontr: (¬ P ⟹ False) ⟹ P`
- Sie dürfen auch gerne die Reihenfolge der Lemmas verändern, wenn Sie eines zum Beweis eines anderen verwenden wollen

Beispiel:

```
lemma imp_uncurry: "(P ⟶ (Q ⟶ R)) ⟶ P ∧ Q ⟶ R"
proof
  assume pqr:"P ⟶ Q ⟶ R"
  show "P ∧ Q ⟶ R"
  proof
    assume "P ∧ Q"
    hence "P" and "Q" by -(erule conjE,assumption)+
    from pqr `P` have "Q ⟶ R" by(rule mp)
    with `Q` show "R" by -(rule mp)
  qed
qed
```

Und jetzt Sie:

lemma "$A \wedge B \longrightarrow B \wedge A$"
oops

lemma "$(A \wedge B) \longrightarrow (A \vee B)$"
oops

lemma "$((A \vee B) \vee C) \longrightarrow A \vee (B \vee C)$"
oops

lemma "$(A \vee A) = (A \wedge A)$"
oops

lemma S: "$(A \longrightarrow B \longrightarrow C) \longrightarrow (A \longrightarrow B) \longrightarrow A \longrightarrow C$"
oops

lemma "$(A \longrightarrow B) \longrightarrow (B \longrightarrow C) \longrightarrow A \longrightarrow C$"
oops

lemma "$\neg \neg A \longrightarrow A$"
oops

lemma "$A \longrightarrow \neg \neg A$"
oops

lemma "$(\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow (\neg B \longrightarrow A)$"
oops

lemma "$((A \longrightarrow B) \longrightarrow A) \longrightarrow A$"
oops

lemma "$(A \longrightarrow B) = (\neg A \vee B)$"
oops

lemma "$(\neg (A \vee B)) = (\neg A \wedge \neg B)$"
oops

lemma "$(\neg (A \wedge B)) = (\neg A \vee \neg B)$"
oops