Universität Karlsruhe (TH)
Lehrstuhl für Programmierparadigmen

Theorembeweiser und ihre Anwendungen SS 2009 http://pp.info.uni-karlsruhe.de/

Übungsleiter: Daniel Wasserrab wasserra@ipd.info.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt 1 Besprechung: 23.04.2009

Natürliches Schließen

In dieser Aufgabe geht es um den Kalkül des natürlichen Schließens, mit dessen Hilfe einige Lemmas der Aussagen-Logik bewiesen werden sollen (nächste Seite).

Für die Beweise gelten die folgenden Spielregeln:

- Es dürfen nur diese Lemmas verwendet werden:
  (Anzeigen der Lemmas mittel `thm` *lemma-Name*)
  $notI$: $(A \Longrightarrow False) \Longrightarrow \neg\, A$,
  $notE$: $[\![\neg\, A;\ A]\!] \Longrightarrow B$,
  $conjI$: $[\![A;\ B]\!] \Longrightarrow A \wedge B$,
  $conjE$: $[\![A \wedge B;\ [\![A;\ B]\!] \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  $disjI1$: $A \Longrightarrow A \vee B$,
  $disjI2$: $A \Longrightarrow B \vee A$,
  $disjE$: $[\![A \vee B;\ A \Longrightarrow C;\ B \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  $impI$: $(A \Longrightarrow B) \Longrightarrow A \longrightarrow B$,
  $impE$: $[\![A \longrightarrow B;\ A;\ B \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  mp: $[\![A \longrightarrow B;\ A]\!] \Longrightarrow B$
  $iffI$: $[\![A \Longrightarrow B;\ B \Longrightarrow A]\!] \Longrightarrow A = B$,
  $iffE$: $[\![A = B;\ [\![A \longrightarrow B;\ B \longrightarrow A]\!] \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$
  $classical$: $(\neg\, A \Longrightarrow A) \Longrightarrow A$
- Es dürfen nur die Methoden *rule*, *erule* und *assumption* verwendet werden.

Beispiel:

lemma *imp-uncurry*: $(P \longrightarrow (Q \longrightarrow R)) \longrightarrow P \wedge Q \longrightarrow R$
apply(*rule impI*)
apply(*rule impI*)
apply(*erule conjE*)
apply(*erule impE*)
apply *assumption*
apply(*erule mp*)
apply *assumption*
done

lemma I: $A \longrightarrow A$
oops

lemma $A \wedge B \longrightarrow B \wedge A$
oops

lemma $(A \wedge B) \longrightarrow (A \vee B)$
oops

lemma $((A \vee B) \vee C) \longrightarrow A \vee (B \vee C)$
oops

lemma K: $A \longrightarrow B \longrightarrow A$
oops

lemma $(A \vee A) = (A \wedge A)$
oops

lemma S: $(A \longrightarrow B \longrightarrow C) \longrightarrow (A \longrightarrow B) \longrightarrow A \longrightarrow C$
oops

lemma $(A \longrightarrow B) \longrightarrow (B \longrightarrow C) \longrightarrow A \longrightarrow C$
oops

lemma $\neg \neg A \longrightarrow A$
oops

lemma $A \longrightarrow \neg \neg A$
oops

lemma $(\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow (\neg B \longrightarrow A)$
oops

lemma $((A \longrightarrow B) \longrightarrow A) \longrightarrow A$
oops

lemma $A \vee \neg A$
oops

lemma *deMorgan1*:$(\neg (A \vee B)) = (\neg A \wedge \neg B)$
oops

lemma *deMorgan2*:$(\neg (A \wedge B)) = (\neg A \vee \neg B)$
oops

Anmerkung: Ist Ihnen bei den Beweisen der De Morgan-Regeln etwas aufgefallen?